

学籍番号: _____

氏名: _____

機械分子工学第二（小テスト）

千足（2014 年 10 月 28 日出題）

体積 V の金属内に閉じ込められた 1 個の自由電子を考える．時間に依存しない（定常状態の）Schrödinger（シュレディンガー）方程式

$$E\psi(\mathbf{r}) = \hat{H}\psi(\mathbf{r})$$

において，運動量演算子 $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$ を用いて，ハミルトニアン $\hat{H}$ が

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{\mathbf{p}}^2$$

と書かれるとする．ただし，位置を $\mathbf{r}$ とする．電子の波動関数 $\psi(\mathbf{r})$ が，波数ベクトル $\mathbf{k}$ を用いた平面波

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

で表現できるとき，以下の設問に答えよ．

- (1) $|\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})|^2 = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})^* \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ を計算せよ．
- (2) $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ のエネルギー $E_{\mathbf{k}}$ を計算せよ．
- (3) $\hat{\mathbf{p}}\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ を計算せよ．