

修士論文

環状サーモサイフォンにおける
熱対流の非線形挙動

通し番号 1 - 63 完

平成 11 年 2 月 12 日提出

指導教官 庄司 正弘 教授

76186 成瀬 正史

以上

通し番号 1 - 63 完

修士論文

平成 11 年 2 月 12 日提出

76186

成瀬 正史

目次

| | | |
|----------|-----------------------|-----------|
| 1 | 序論 | 4 |
| 1.1 | 背景 | 5 |
| 1.2 | ローレンツ方程式 | 6 |
| 1.2.1 | ローレンツ方程式の導出 | 6 |
| 1.2.2 | ローレンツ方程式の数値解 | 9 |
| 1.3 | 研究目的 | 13 |
| 2 | 二球体モデル | 14 |
| 2.1 | 二球体モデルとは | 15 |
| 2.2 | 基礎式 | 15 |
| 2.3 | 計算結果 | 15 |
| 2.4 | 考察 | 23 |
| 3 | 実験装置 | 25 |
| 3.1 | 銅パイプ | 27 |
| 3.2 | 測定系 | 28 |
| 4 | 実験結果 | 30 |
| 4.1 | 実験結果 (パイプ接合部が銅の場合) | 31 |
| 4.2 | 実験結果 (パイプ接合部がアクリルの場合) | 50 |
| 5 | 考察 | 54 |
| 5.1 | 流速が逆転しない理由 | 55 |
| 5.2 | 流体に生じた温度振動についての考察 | 57 |
| 6 | 結論 | 60 |
| 6.1 | 二球体モデルについての結論 | 61 |
| 6.2 | 実験についての結論 | 61 |
| | 謝辞 | 62 |
| | 参考文献 | 63 |

第 1 章

序論

1.1 背景

従来から環状サーモサイフォンについては多数の研究がなされてきた。環状サーモサイフォンというのは図 1.1 に示すように、ドーナツ型をしたパイプを垂直に立て、そのパイプの中を流体で満たしたものである。そのなかでもとくに、パイプの下半分を加熱し上半分を冷却するという系がよく研究されてきた。以下この系のみをサーモサイフォン系と呼ぶことにする。

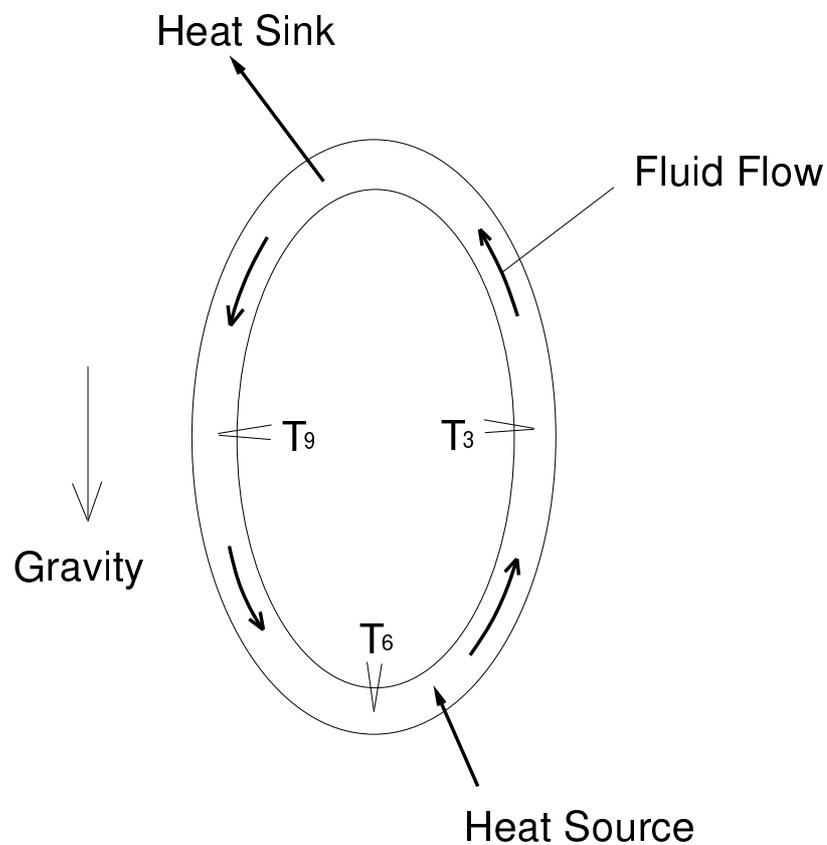


図 1.1 サーモサイフォン

サーモサイフォン系における流体を動かす力は、流体内部の温度勾配によって生じる密度差による浮力である。サーモサイフォン中の上半分の冷却されている領域では、流体は徐々に密度が増加し、下へ向かおうとする。逆に下半分の加熱された方の流体は、密度が減少し上昇しようとする。流体内部に生じる温度分布、浮力、粘性力は流速に依存している。最初に静止していた流体は浮力と粘性力の関係で様々な挙動を示す。その概要を以下に記す。

- 加熱量が小さいとき、流体は動かない。これは熱が流体中を熱伝導のみで流れていくからである。
- 加熱すると、浮力と粘性力がつりあい、流体は定常的にある方向に回転する。
- さらに加熱すると、流体は振動する(流れの向きが頻繁に変化する)。

サーモサイフォン系において最初に流体の振動現象を発見したのは H.F.Creveling ら (1975) である [1](臨界点近くの単相流では以前から振動現象は発見されていたが常温常圧下の水で実現したのは彼らが最初である。)。彼らは系に加える加熱量が小さいとパイプ中の流体は定常的に回転し、加熱量を増加させると流体が振動するという事実を実験で実現した。

さらに、詳しく実験し、サーモサイフォン系がローレンツ系(カオスの一種)であることを示したのが M.Gorman と P.J.Widmann(1984,1986) である [2,3]。彼らはサーモサイフォン系におけるナビエ・ストークス方程式とエネルギー方程式から 1.2 節で述べるローレンツ方程式を導出した。また、流体の振動をさらに調査し、ローレンツ系同様に流体の流動様式が 5 つの領域 ((absolutely) stable, steady (clockwise or counterclockwise) circulation, transient, subcritical and globally chaotic) に分れることも実験で示した。

J.A.Yorke, E.D.Yorke(1987) ら [4] は、M.Gorman らの理論がポアズイユ流を仮定して流体を 1 次元解析していたのに対し、流体を 2 次元解析した。流体壁面にある温度勾配を設ければ 1 次モードとしてはローレンツ方程式が得られることを示した。また彼らは 5 次モードまで計算し、場合によっては単方向カオス(流体は単一方向に回転するがその速度、温度分布は一定ではないもののこと)が得られることも示した。

P.J.Widmann と M.Gorman(1989) はサーモサイフォン系の乱流領域にもカオスがあることを理論と実験で示した [5]。

1.2 ローレンツ方程式

1.2.1 ローレンツ方程式の導出

従来、サーモサイフォン系でおこる挙動を説明するために、ローレンツ方程式というものが利用されてきた。本来、ローレンツ方程式はレイリー・ベナール対流の説明に用いられる式である。サーモサイフォン系でのローレンツ方程式の導出方法を以下にしめす [3]。流体は 1 次元ポアズイユ流と仮定している。

q をパイプの下半分を加熱する熱流束、 T_w を冷却水の温度、 R をループの半径、 r をパイプの内径、 v を流体の速度、 ρ を流体の密度、 P を流体の圧力、 g を重力加速度、 θ をパイプの真横右から左回りにとった角度、 τ_w を壁面せん断応力、 h を熱伝達率、 T を流体の温度とする。

ナビエ・ストークス方程式は、

$$\rho\pi r^2 R d\theta \frac{dv}{dt} = -\pi r^2 d\theta \frac{dP}{d\theta} - \rho g \pi r^2 R d\theta \cos \theta - \tau_w 2\pi r R d\theta \quad (1.1)$$

とかける。よって、ブシネ近似、

$$\rho = \rho_w [1 - \beta(T - T_w)] \quad (1.2)$$

を用いて、式(1.1)を $[0, 2\pi]$ で積分すると、

$$\rho_w \frac{dv}{dt} = \frac{\beta \rho_w g}{2\pi} \int_0^{2\pi} (T - T_w) \cos \theta d\theta - \frac{2\tau_w}{r} \quad (1.3)$$

となる。一方、エネルギー方程式は、

$$\rho_w c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{v}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \begin{cases} -2h(T - T_w)/r, & \text{if } 0 < \theta < \pi, \\ 2q/r, & \text{if } \pi < \theta < 2\pi, \end{cases} \quad (1.4)$$

と表される。

さらに、

$$\tau_w = 8\rho_w v^2 / Re \quad (1.5)$$

$$Re = 2\rho_w v r / \mu \quad (1.6)$$

$$\Phi = \frac{T - T_w}{q/h} \quad (1.7)$$

$$\omega = \frac{v}{V} \quad (1.8)$$

$$\tau = \frac{t}{2\pi R/V} \quad (1.9)$$

$$V = \sqrt{\frac{g\beta R r q}{2\pi c \mu}} \quad (1.10)$$

を用いると、式(1.3),(1.4)は以下のようにかける。

$$\frac{d\omega}{d\tau} + \Gamma\omega = \frac{\pi\Gamma}{4D} \int_0^{2\pi} \Phi \cos \theta d\theta \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + 2\pi\omega \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = \begin{cases} -2D\Phi, & 0 < \theta < \pi, \\ 2D, & \pi < \theta < 2\pi, \end{cases} \quad (1.12)$$

ただし、

$$D = 2\pi Rh / \rho_w c r V \quad (1.13)$$

$$\Gamma = 16\pi \mu R / \rho_w r^2 V \quad (1.14)$$

である。

ここで、温度の空間分布を

$$\Phi(\theta, \tau) = a(\tau) \cos \theta + b(\tau) \sin \theta \quad (1.15)$$

と仮定すると、式(1.11)は、

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\pi^2 \Gamma}{4D} a - \Gamma \omega \quad (1.16)$$

となる。また式(1.15)を式(1.12)に代入して両辺に $\cos \theta$ あるいは $\sin \theta$ をかけて、 $[0, 2\pi]$ で積分すると、

$$\frac{da}{d\tau} = -2\pi\omega b - Da \quad (1.17)$$

$$\frac{db}{d\tau} = 2\pi\omega a - Db - \frac{4D}{\pi} \quad (1.18)$$

が得られる。

さらに、

$$x = 2\pi\alpha\omega \quad (1.19)$$

$$y = \beta a \quad (1.20)$$

$$z = -\delta b + Ra \quad (1.21)$$

$$\tau' = \gamma\tau \quad (1.22)$$

と ω, a, b, τ を置換し、

$$\alpha = 1/D \quad (1.23)$$

$$\beta = \pi^3/2D^2 \quad (1.24)$$

$$\gamma = D \quad (1.25)$$

$$\delta = -\beta \quad (1.26)$$

とすれば、ローレンツ方程式(サーモサイフォン系の場合は $b = 1$)、

$$\frac{dx}{d\tau'} = \sigma(y - x) \quad (1.27)$$

$$\frac{dy}{d\tau'} = -zx + Rax - y \quad (1.28)$$

$$\frac{dz}{d\tau'} = xy - bz \quad (1.29)$$

が得られる。ただし、

$$Ra = \frac{2\pi^2}{D^2} = \frac{\rho_w^2 c^2 r^2}{2R^2 h^2} \frac{g\beta Rr q}{2\pi c\mu} \quad (1.30)$$

$$\sigma = \frac{\Gamma}{D} = \frac{8\mu c}{rh} \quad (1.31)$$

である。

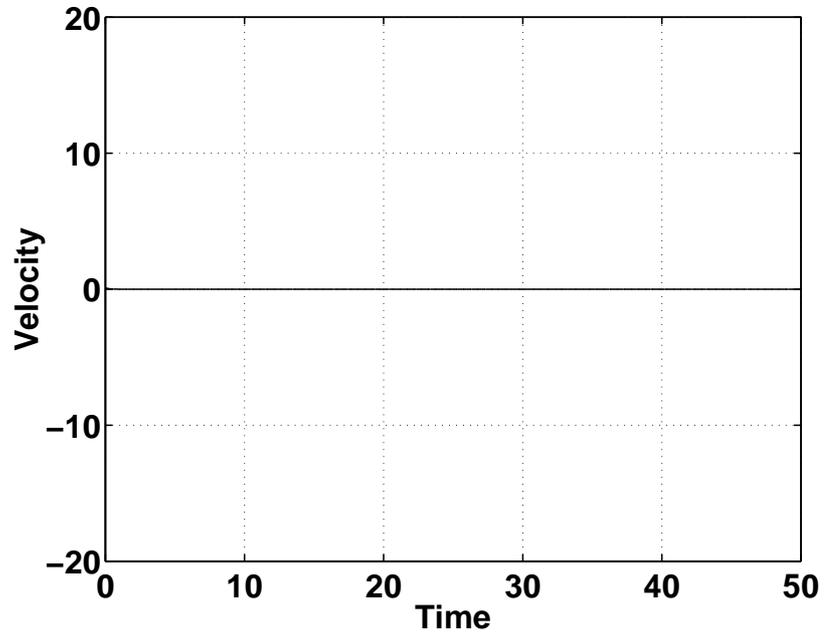
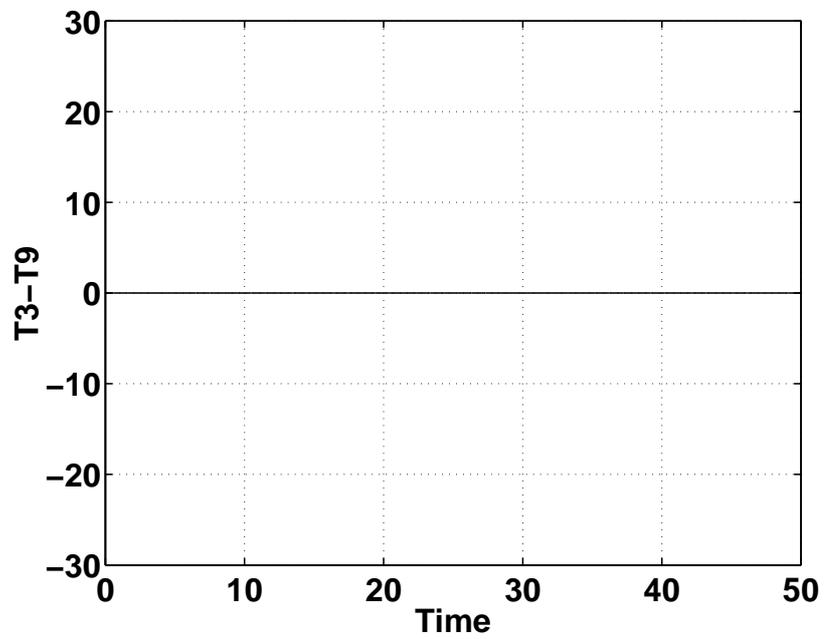
1.2.2 ローレンツ方程式の数値解

ここでは、ローレンツ方程式の数値解の概要をしめす。ローレンツ方程式の解析については他の本を参照してほしい(たとえば[6])。以下に、ローレンツ方程式(1.27),(1.28),(1.29)を $\sigma = 4$ として Ra を 0.5, 10, 30 と変化させていったときの結果を図1.2から1.7に示す。 x は式(1.8),(1.19)より流体の速度に、 y は式(1.7),(1.15),(1.20)より $T_3 - T_9$ に、 τ' は式(1.9),(1.22)より時間に対応している。

この結果は1.1節で述べた、

- 加熱量が小さいとき、流体は動かない。
- 加熱すると、浮力と粘性力がつりあい、流体は定常的にある方向に回転する。
- さらに加熱すると、流体は振動する(流れの向きが頻繁に変化する)。

という事実を説明している。

図 1.2 流体の速度 ($Ra = 0.5$)図 1.3 温度差 $T_3 - T_9$ ($Ra = 0.5$)

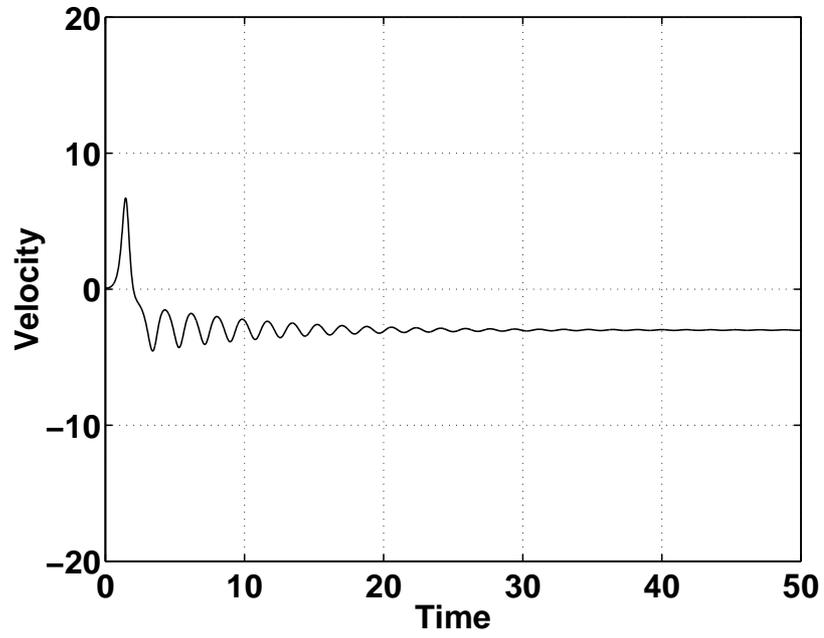


図 1.4 流体の速度 ($Ra = 10$)

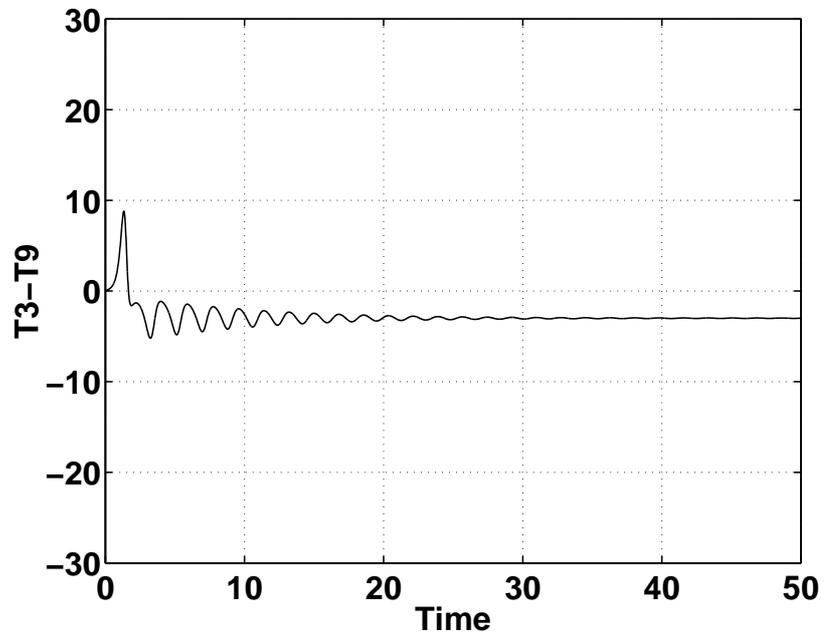


図 1.5 温度差 $T_3 - T_9$ ($Ra = 10$)

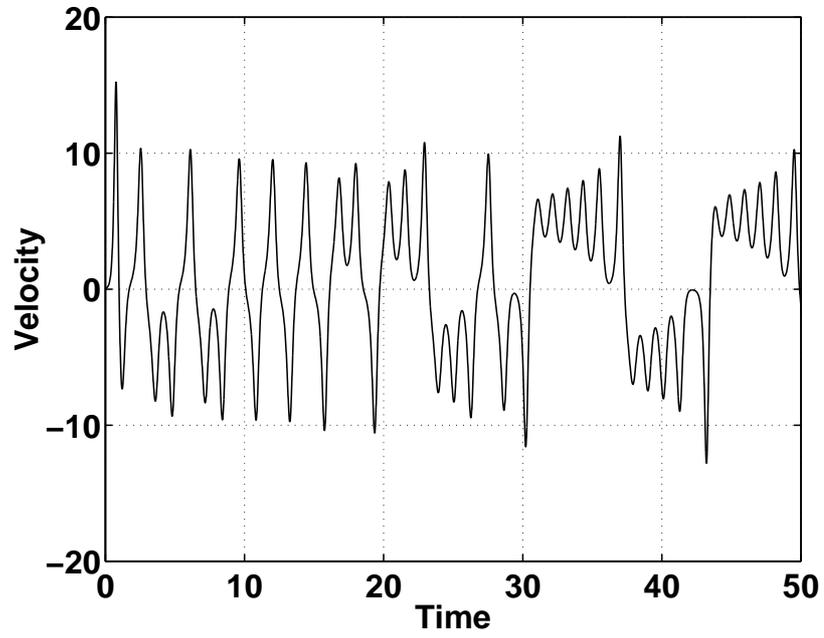


図 1.6 流体の速度 ($Ra = 30$)

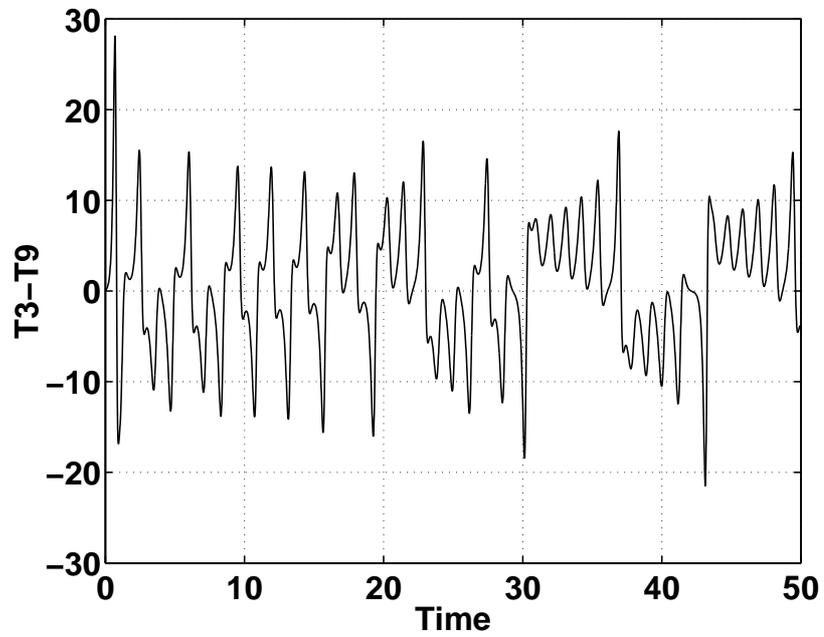


図 1.7 温度差 $T_3 - T_9$ ($Ra = 30$)

1.3 研究目的

本研究の目的は二つある。

一つはサーモサイフォン系での加熱量の変化による一連の挙動の変化を、ローレンツ方程式のような複雑な式を用いることなくより単純な原理によって理解することをめざす。そのために二球体モデルというものを提案する。

二つ目の目的は、従来の研究の多くがサーモサイフォンの管として熱伝導率の小さなパイレックスガラスを用いてきたが、それを熱伝導率の大きな物質に変えたときの流体の挙動を調べることである。サーモサイフォン系の挙動はソーラヒータや核反応の受動的な冷却(緊急冷却)などの工学的応用があるとされているが、それらは熱の良伝導体である金属で構成されている場合が多い。したがって、管を金属に変更して同様の実験を行うことは重要である。本実験では金属の中でも特に熱伝導率の高い銅を用いて流体の挙動を調べる。

第 2 章

二球体モデル

2.1 二球体モデルとは

従来、サーモサイフォン系で起こる現象はローレンツ方程式によって説明されてきた。しかしローレンツ方程式は非常に複雑である。そこで、より単純な原理に基づいた二球体モデルというものを提案する。二球体モデルは流体を便宜的に二つの部分に分け、その部分に対して簡単な常微分方程式をたて、現象を理解しようとするものである。

2.2 基礎式

二球体モデルの模式図を図2.1に示す。流体を便宜的に1と2の2つの部分に分け、それらの温度をそれぞれ T_1, T_2 とし、角度を θ 、角速度を ω とする。

このとき、球体1,2に働く重力をそれぞれ $\rho_1 V g, \rho_2 V g$ とし、

$$\rho_{1,2} = \rho_0 (1 - \beta (T_{1,2} - T_0)) \quad (2.1)$$

とすれば、球体1,2に働く重力の回転方向の合力は、

$$\rho_1 V g \cos \theta - \rho_2 V g \cos \theta = \rho_0 \beta (T_2 - T_1) V g \cos \theta \propto (T_2 - T_1) \cos \theta \quad (2.2)$$

となる。よって以下の式を基礎式とする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = K(T_2 - T_1) \cos \theta - L\omega \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{T}_1 = B \\ \dot{T}_2 = -AT_2 \end{array} \right. \quad 0 \leq \text{mod}(\theta, 2\pi) < \pi \text{ のとき} \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{T}_1 = -AT_1 \\ \dot{T}_2 = B \end{array} \right. \quad \pi \leq \text{mod}(\theta, 2\pi) < 2\pi \text{ のとき} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

式(2.3)の第2式は運動方程式、すなわち慣性力と浮力と粘性のつりあいを模式的に表したものである。また第3式以降は各々の球体が受け取る熱量を定義している。球体が上側(冷却側)にいるときには、その球体がもっている温度に比例した温度下降度を、球体が下側(加熱側)にいるときには下側にいる時間に比例した温度上昇度を与えている。これは球体が上側にいるときには一定温度の熱浴と熱交換をし、球体が下側にいるときには熱量一定で加熱しているのに類似している。

2.3 計算結果

二球体モデルの計算結果、すなわち式(2.3)の計算結果を以下に示す。なお、 $K = 0.0046, L = 0.29, A = 0.1$ とした。

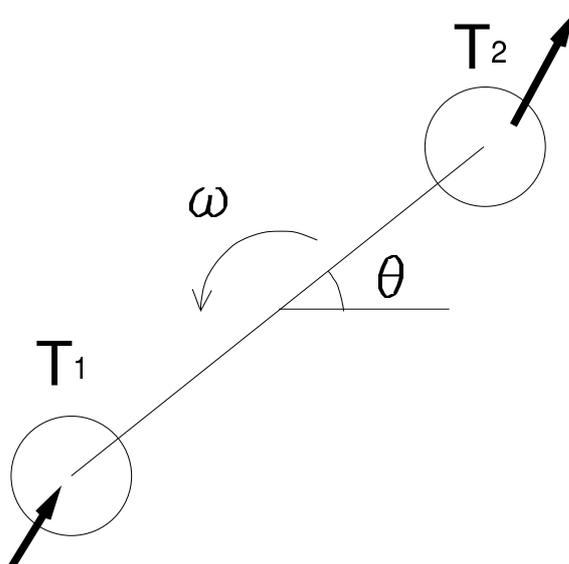


図 2.1 二球体モデルの模式図

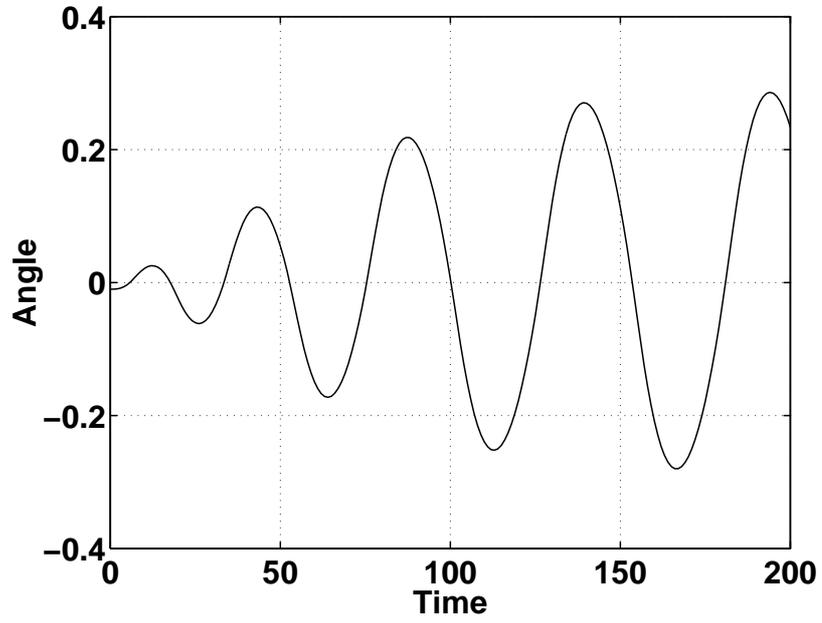


図 2.2 角度の時間変化 ($B = 0.1$)

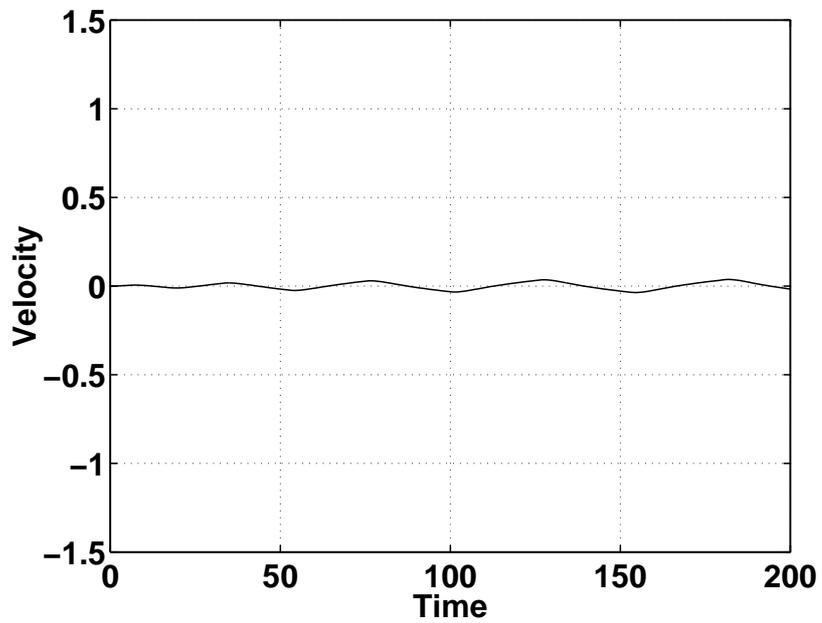


図 2.3 角速度の時間変化 ($B = 0.1$)

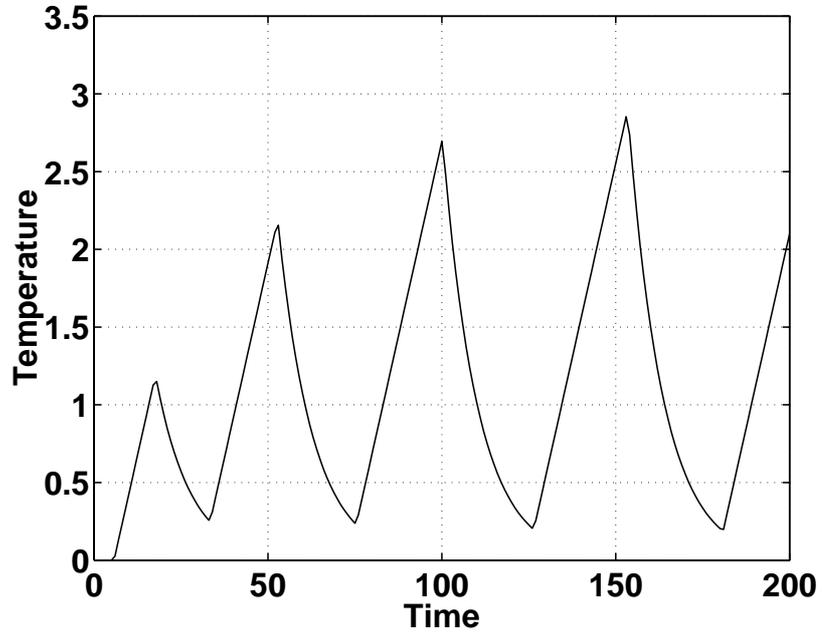


図 2.4 温度 T_1 の時間変化 ($B = 0.1$)

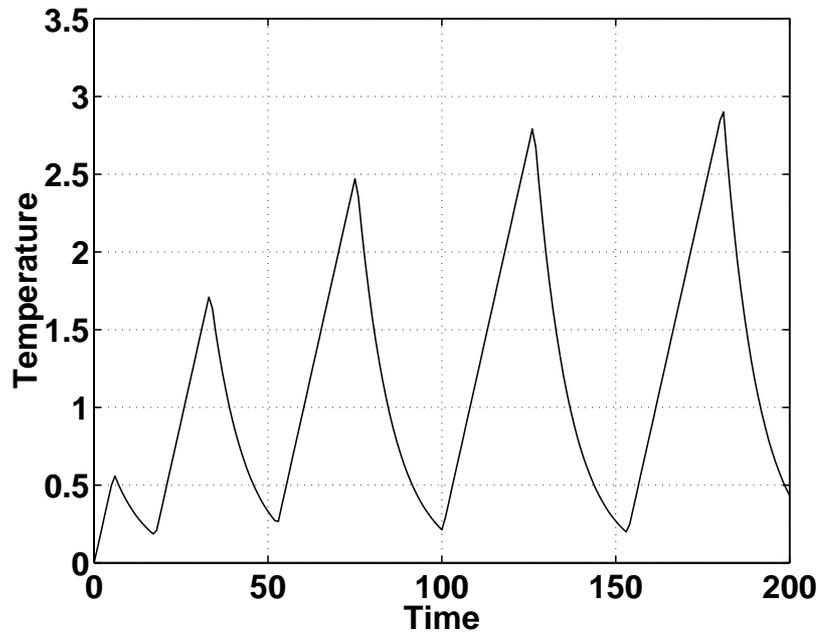


図 2.5 温度 T_2 の時間変化 ($B = 0.1$)

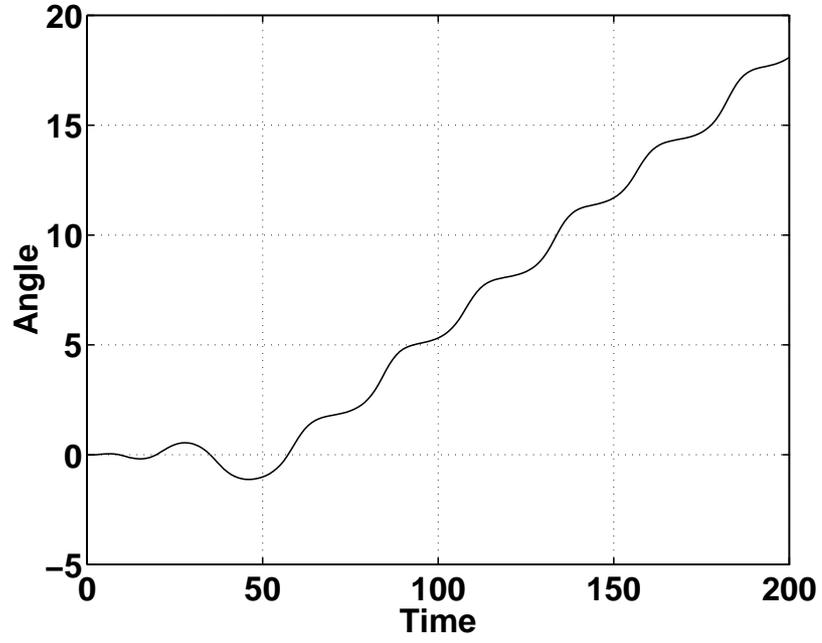


図 2.6 角度の時間変化 ($B = 1$)

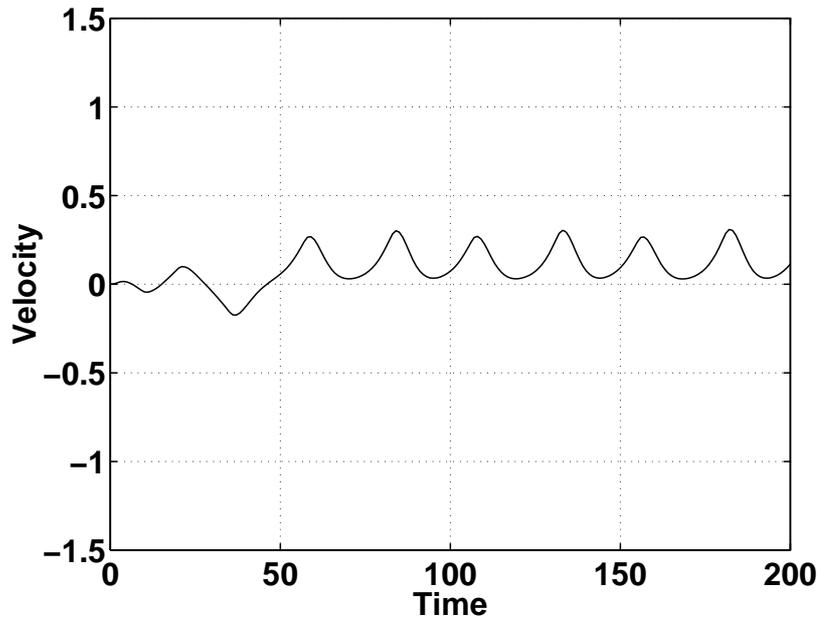


図 2.7 角速度の時間変化 ($B = 1$)

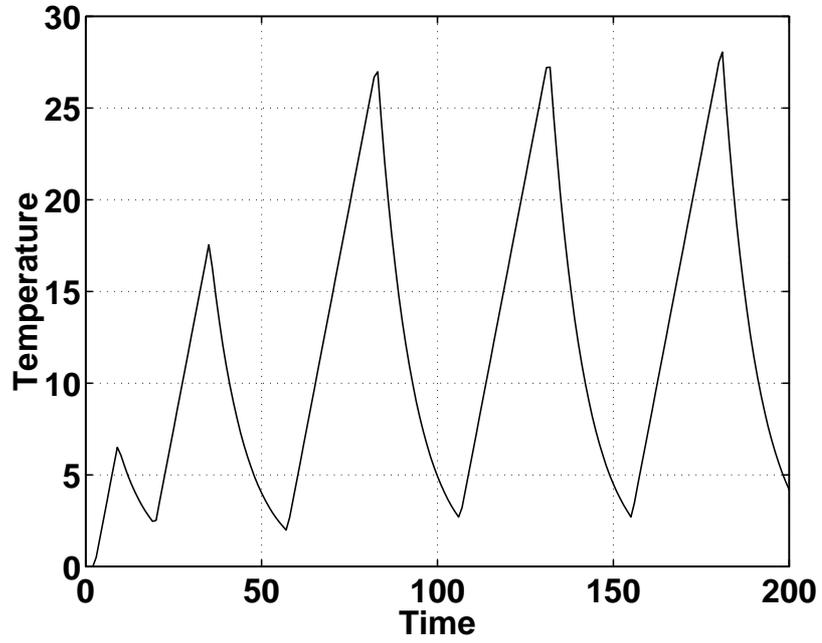


図 2.8 温度 T_1 の時間変化 ($B = 1$)

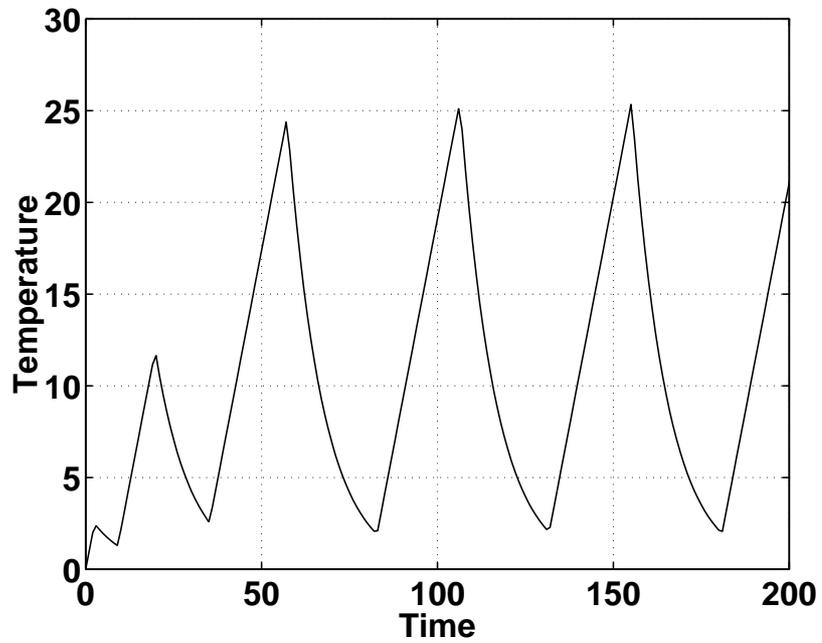


図 2.9 温度 T_2 の時間変化 ($B = 1$)

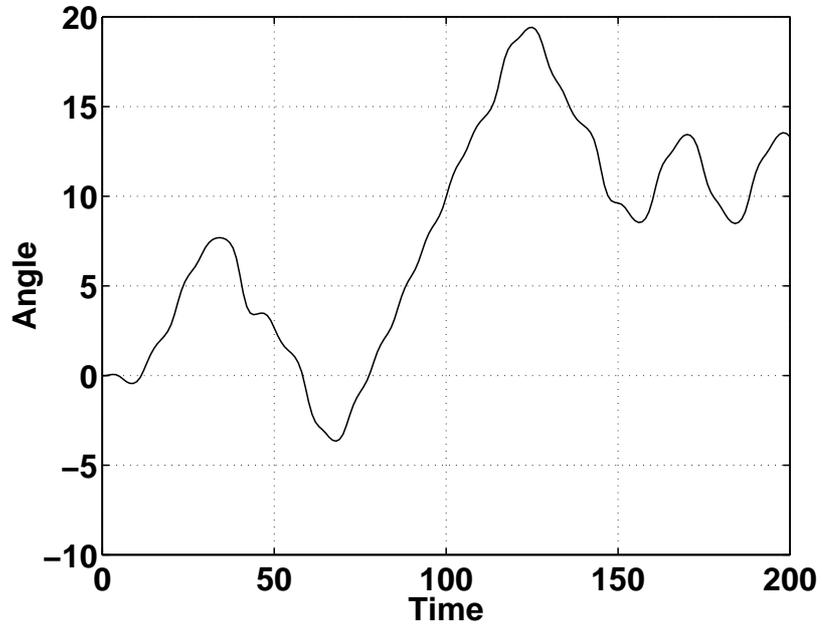


図 2.10 角度の時間変化 ($B = 10$)

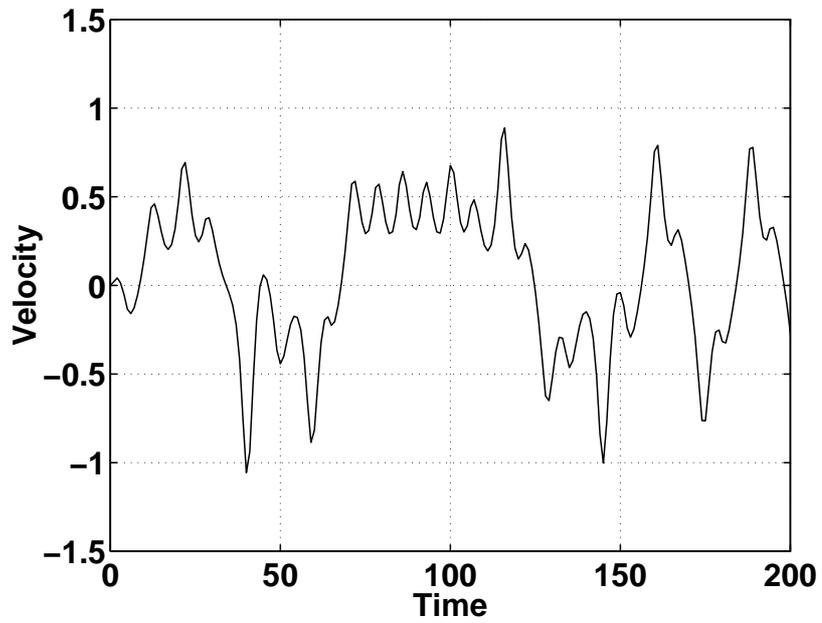


図 2.11 角速度の時間変化 ($B = 10$)

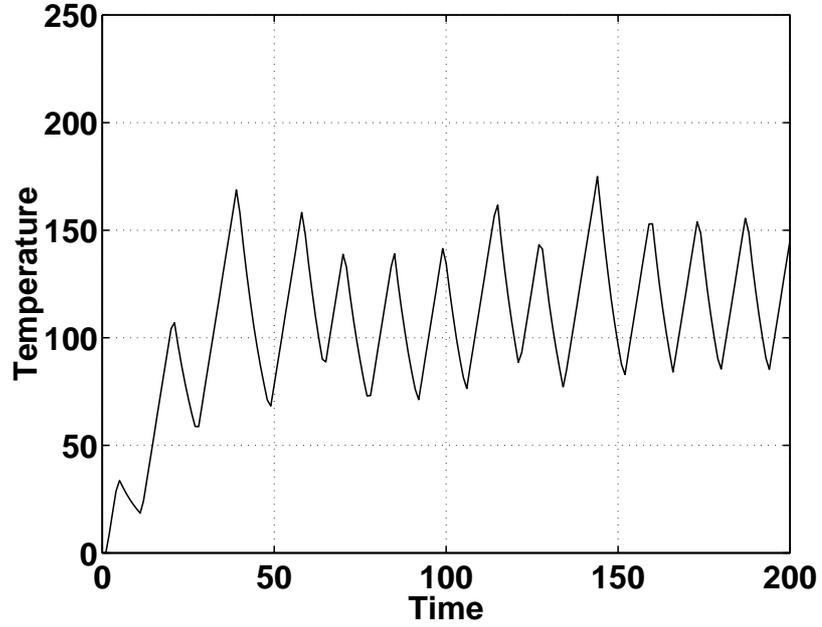


図 2.12 温度 T_1 の時間変化 ($B = 10$)

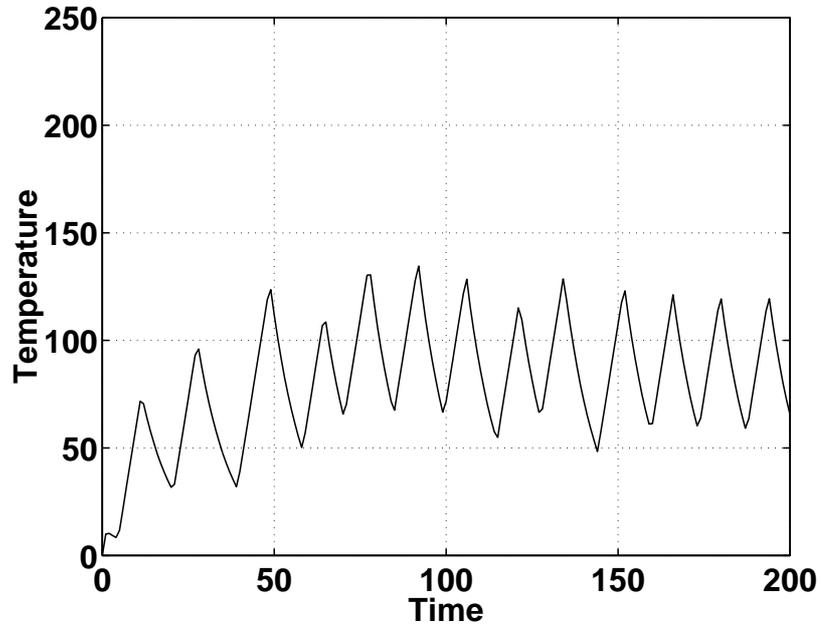


図 2.13 温度 T_2 の時間変化 ($B = 10$)

2.4 考察

計算結果の中でもとくに角速度のグラフを加熱量(B)に応じてプロットすると以下のようなになる。

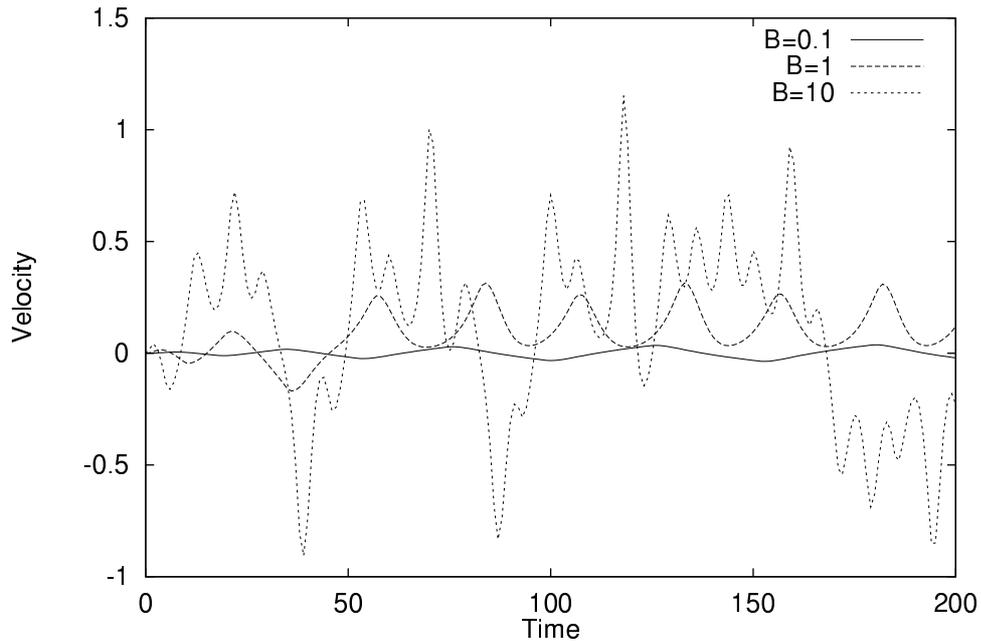


図 2.14 角速度の時間変化

二球体モデルから以下のことがわかる。

- 加熱量が小さいとき ($B = 0.1$)、図 2.2 より二球体を結ぶ軸が水平な状態を中心にすこしぶれている。
- 加熱量が小さいとき ($B = 0.1$)、図 2.3 より角速度は振動しているがその平均角速度は 0 である。
- 少し加熱量を増加させると ($B = 1$)、図 2.7 より角速度が振動しているがその値の符号は一定である。すなわち角速度は変動するが、ある一定方向に回転している。
- さらに加熱量を増加させると ($B = 10$)、図 2.10, 2.11 より、二球体は回転し、ときには回転方向を変えている。

二球体モデルは全体的に角速度の振動はあるものの、

- 加熱量が小さいときは流体は動かない。
- 少し加熱量を増加させると流体は一定方向に回転する。
- さらに加熱量を増加させる流体は回転し、その回転速度の振幅がある程度大きくなると流れの向きが逆転する。

という基本的な特性を説明しているということができる。

第 3 章

実験装置

実験装置の概略を図3.1に示す。銅パイプの上半分は二重管構造となっており、内側を蒸留水が外側を冷却水が流れている。下半分はパイプの周りにヒータがまかれ、さらにその上に断熱材がまかれている。また、銅パイプの真横の部分2箇所と真下の部分の計3箇所の流体の中心部の温度が熱電対によってわかるようになっている。

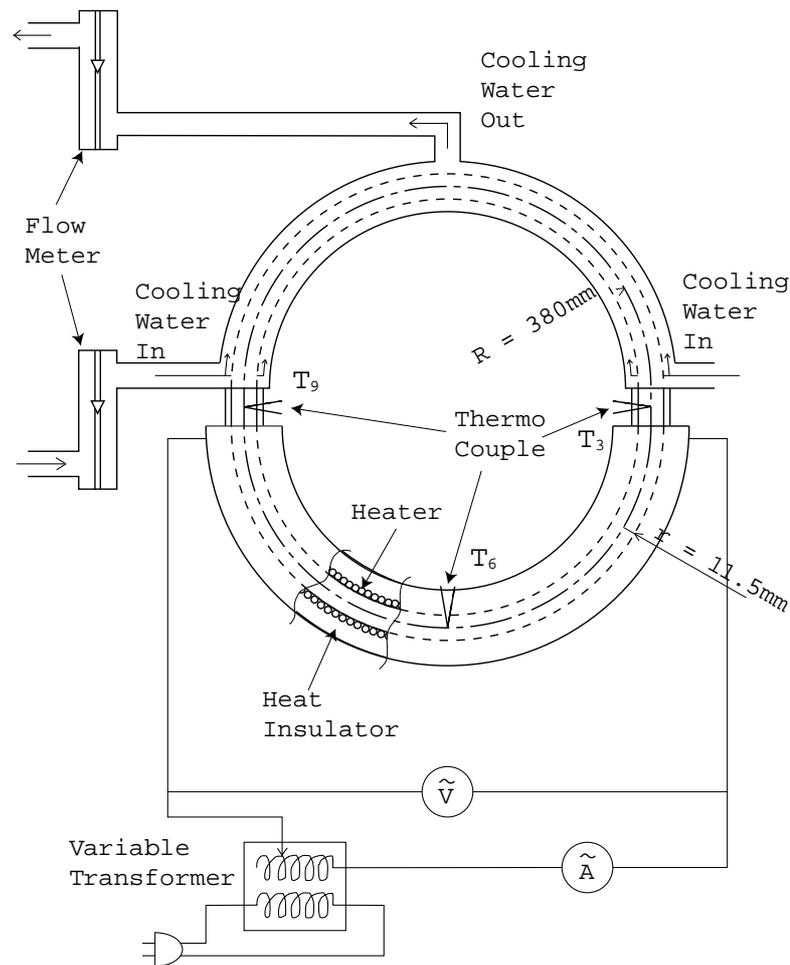


図 3.1 実験装置の概略図

3.1 銅パイプ

組み立て後(実験中)の銅パイプの写真を図3.2にしめす。パイプの上側は二重管構造となっている。

図 3.2 銅パイプ

また下側の半分は図3.3に示すようなシリコンゴムヒータが密にらせん状にまかれている。これによって均一熱流束を実現している。シリコンゴムヒータの外径は2.5mmである。

シリコンゴムヒータを平行に6本つなぐことによって銅パイプの下半分を均等に加熱するようになっている。配線を変更すればヒータ6本のうちの数本に通

図 3.3 シリコンゴムヒータ

電することにより部分的に加熱することも可能である。

銅パイプの上半分と下半分をつなぐ接合部が図 3.4 にしめすアクリルの部分である。この部分は透明になっている。

またこの部分については図 3.5 にしめすように銅でつくられた部品もあり取り替えが可能である。

3.2 測定系

熱電対はシース径 0.5mm のものを用いており、応答時間は 60% で約 0.03 秒、90% で約 0.05 秒である

測定された熱電対の温度データはデータスキャナを介して電圧計に取り込まれさらに GPIB を使ってリアルタイムにパソコンに取り込まれる。

図 3.4 パイプの接合部 (アクリル)

図 3.5 パイプの接合部 (銅)

第 4 章

実験結果

加熱量(電力)を増加していったときの実験結果を以下に示す。パイプの両脇の接合部が銅でもアクリルでも結果に大きな差異がみられなかったため、銅の場合の結果を詳しく報告し、後でアクリルの場合を簡単に報告する。

4.1 実験結果(パイプ接合部が銅の場合)

加熱量を25Wから70Wまで徐々に増加させていったときのパイプの接合部および真下の温度(T_9, T_3, T_6)と、そのパワースペクトルを図4.2から4.33に示す。なお冷却水は左右からそれぞれ2 l/min が入ってきている。

絶えず $T_9 < T_6 < T_3$ であるから図4.1のように流体は左回りに回転していると考えられる。この実験では実現していないが、初期条件によっては逆回りになる場合もある。

グラフからわかることを以下に挙げる。

- 徐々に加熱をしていくと40W 近くでまず T_3 が約0.036Hz で振動し始める。
- 45w 付近で T_3 の振幅は大きくなり周波数は小さくなる。このころ T_9 も振動し始めるがその周波数は T_3 の周波数より大きく0.07Hz 付近である。
- 55w 付近で T_9 に関して従来からあった波に高周波(0.14Hz) がのりはじめる。
- 60W 付近で T_9 の高周波の振幅が低周波の振幅より大きくなる。また T_9, T_3, T_6 のすべての温度において0.005Hz という低周波が存在し始める。
- 70W 付近で T_9 や T_3 で高周波の振幅が大きくなり、低周波が観測されなくなる。

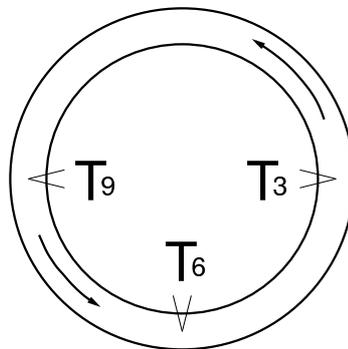


図 4.1 流れの概略図

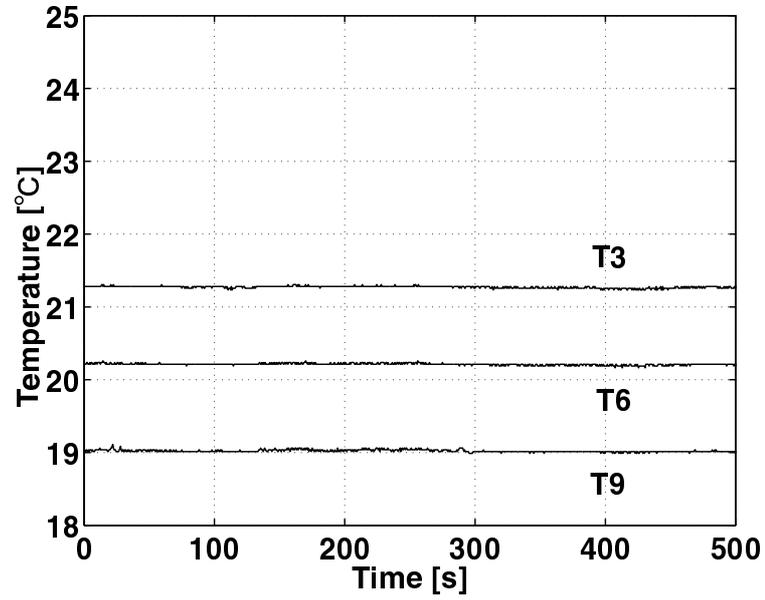


図 4.2 加熱量 25w(熱流束 $290\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

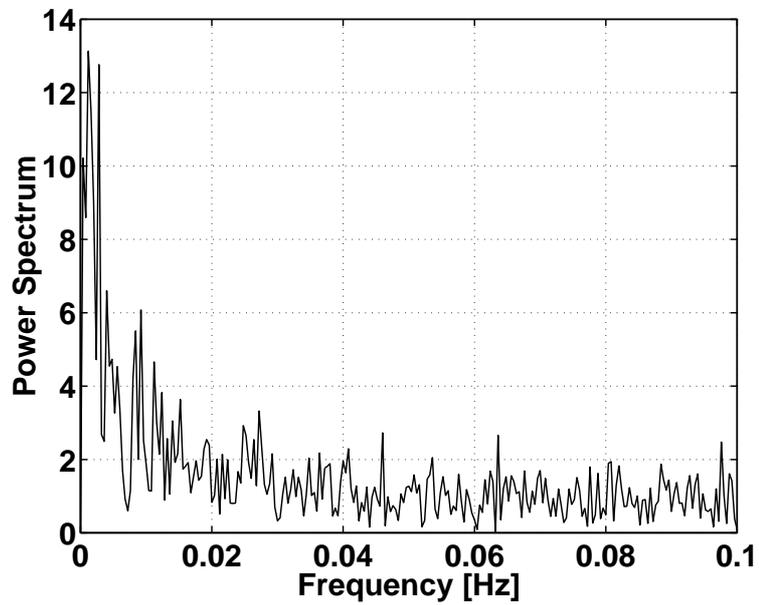


図 4.3 T_9 のパワースペクトラム (25W)

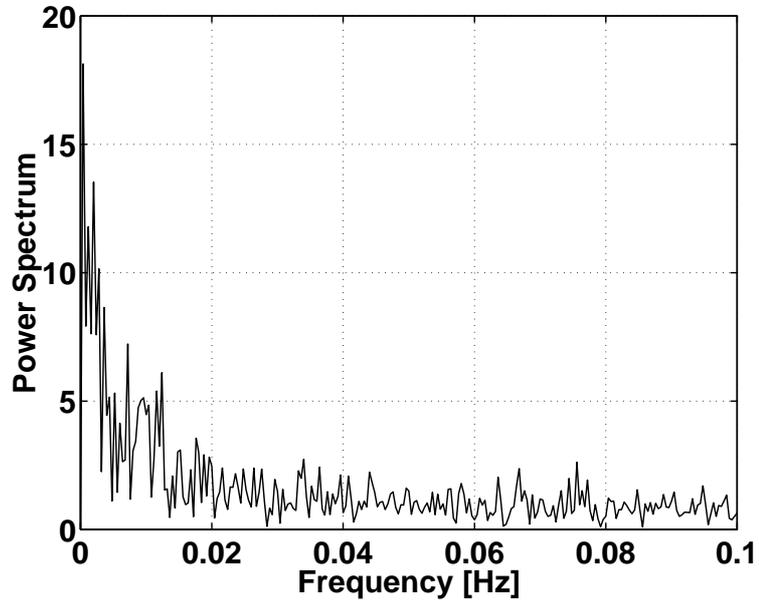


図 4.4 T_3 のパワースペクトラム (25W)

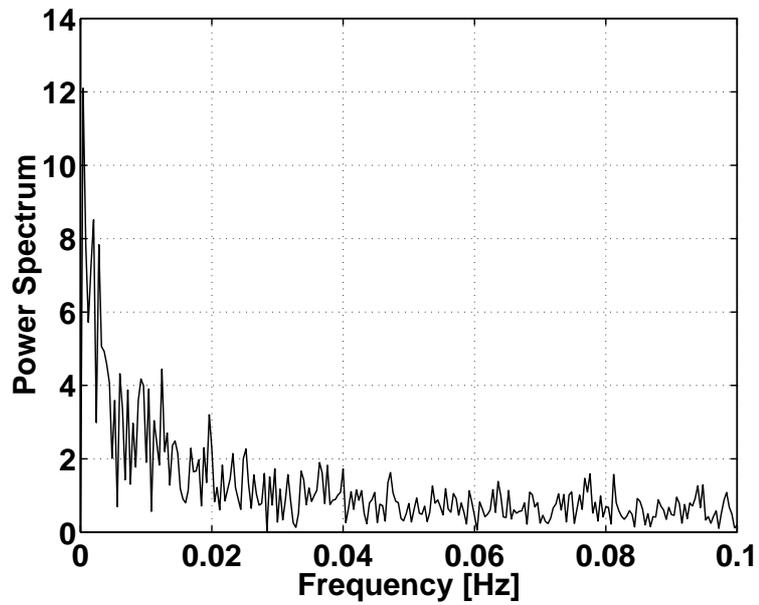


図 4.5 T_6 のパワースペクトラム (25W)

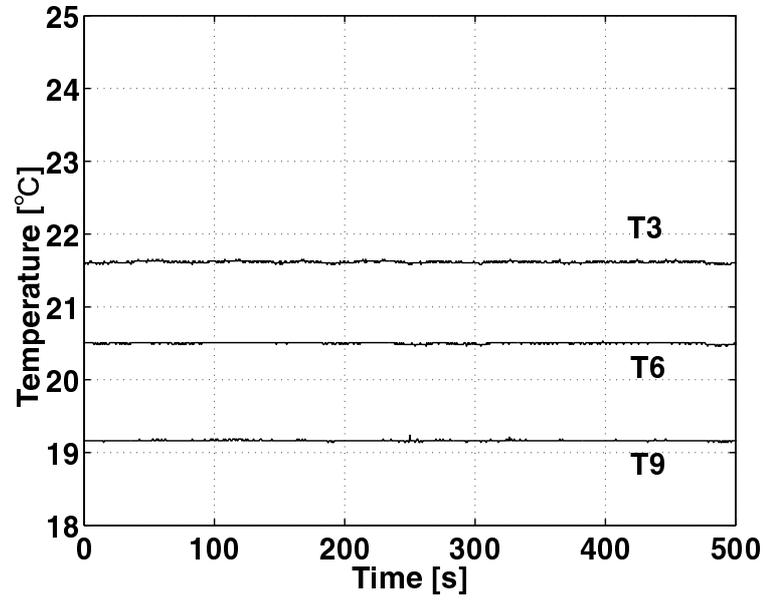


図 4.6 加熱量 30w(熱流束 $348\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

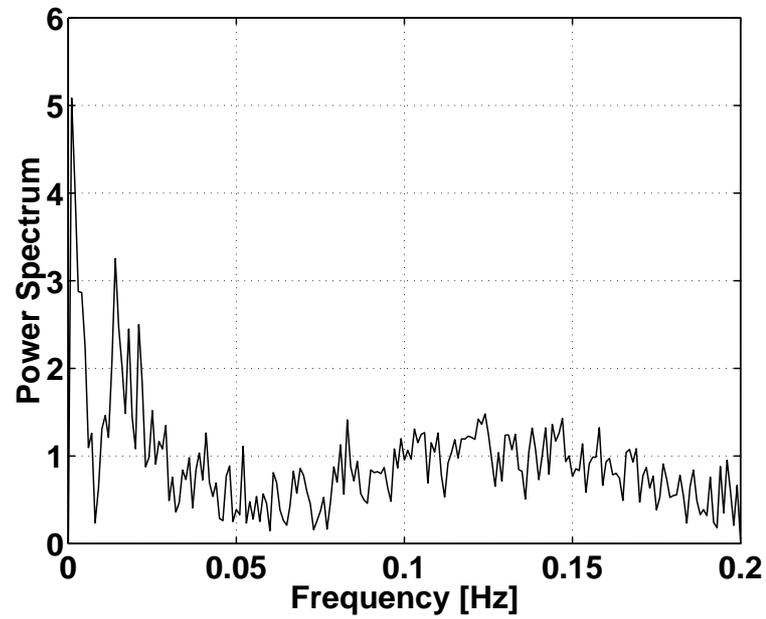


図 4.7 T_9 のパワースペクトラム (30W)

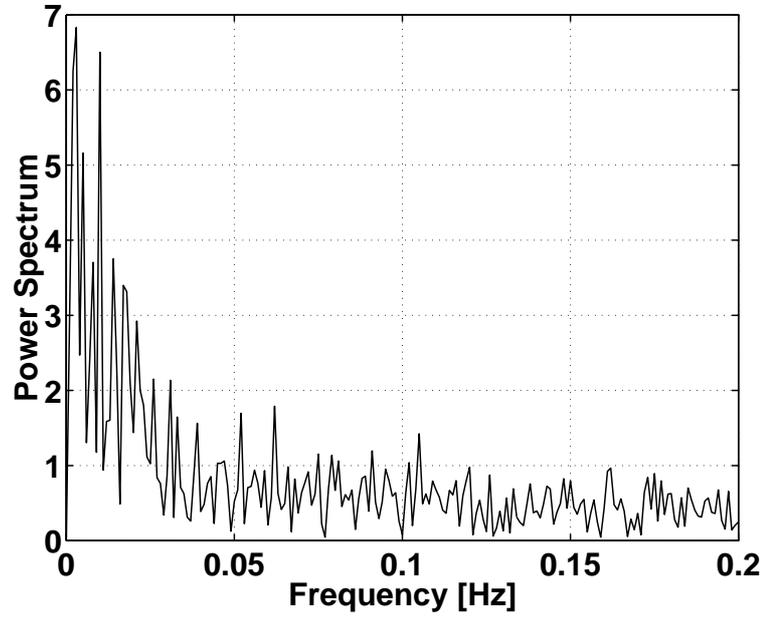


図 4.8 T_3 のパワースペクトラム (30W)

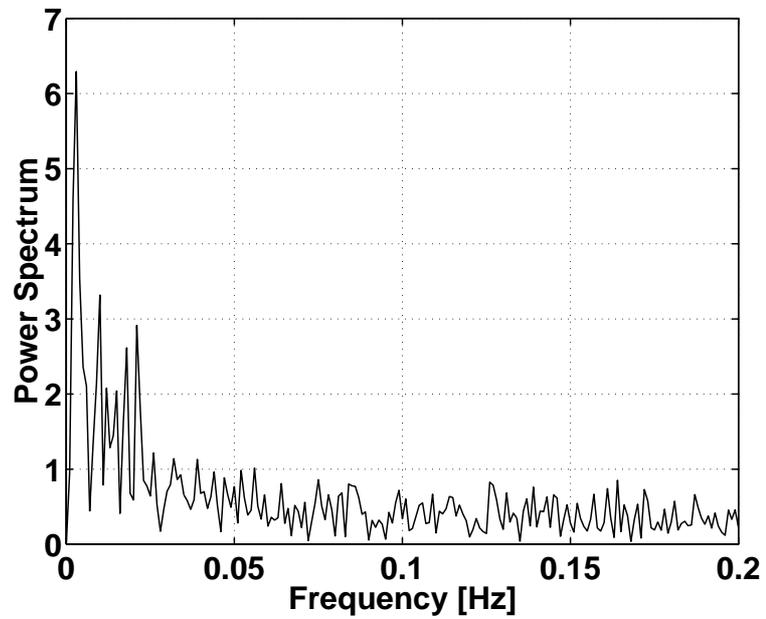


図 4.9 T_6 のパワースペクトラム (30W)

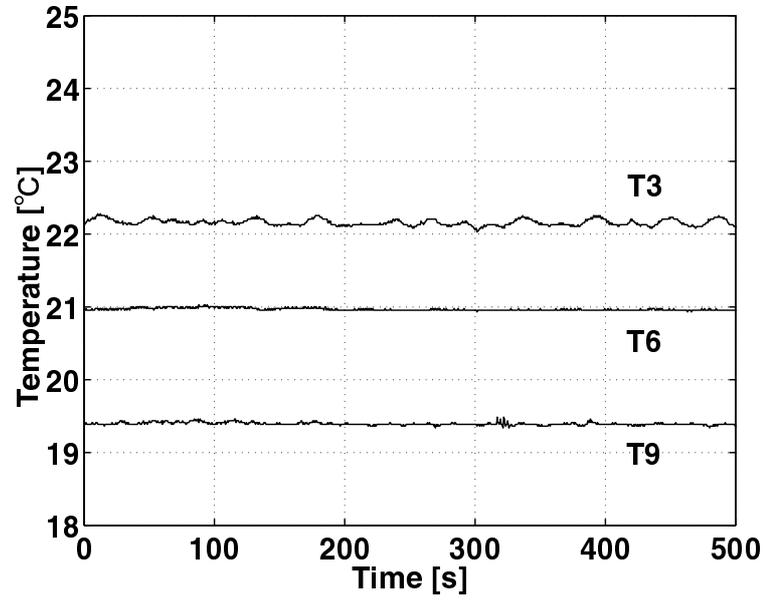


図 4.10 加熱量 40w(熱流束 $464\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

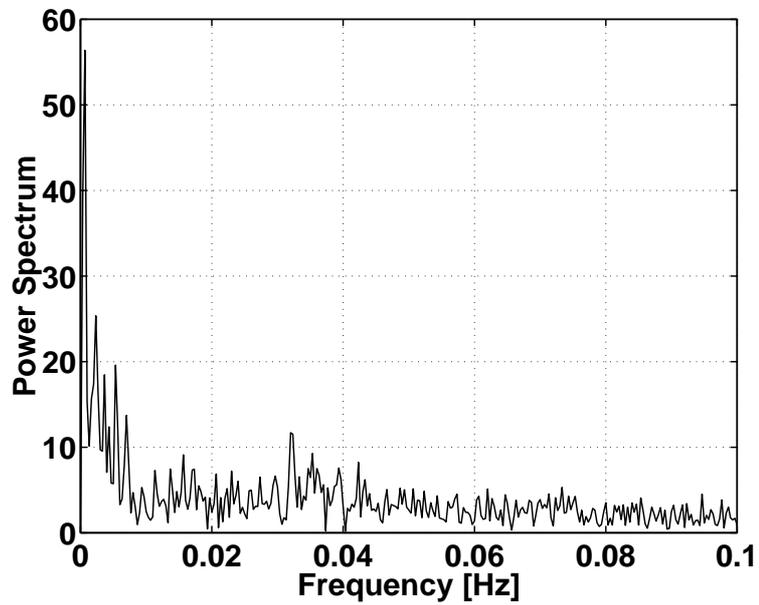


図 4.11 T_9 のパワースペクトラム (40W)

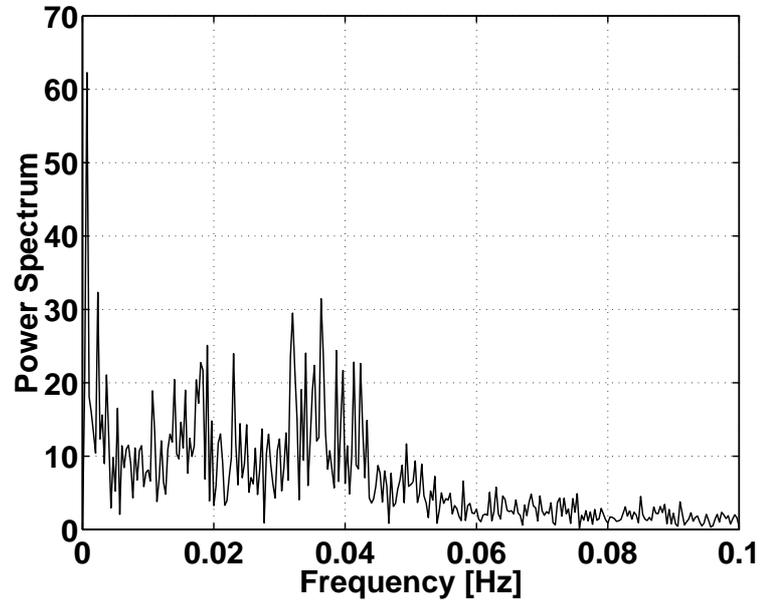


図 4.12 T_3 のパワースペクトラム (40W)

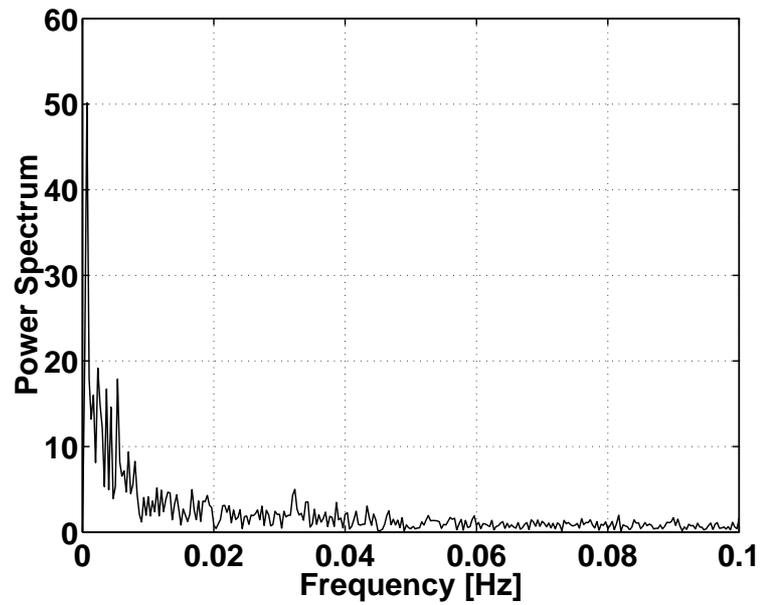


図 4.13 T_6 のパワースペクトラム (40W)

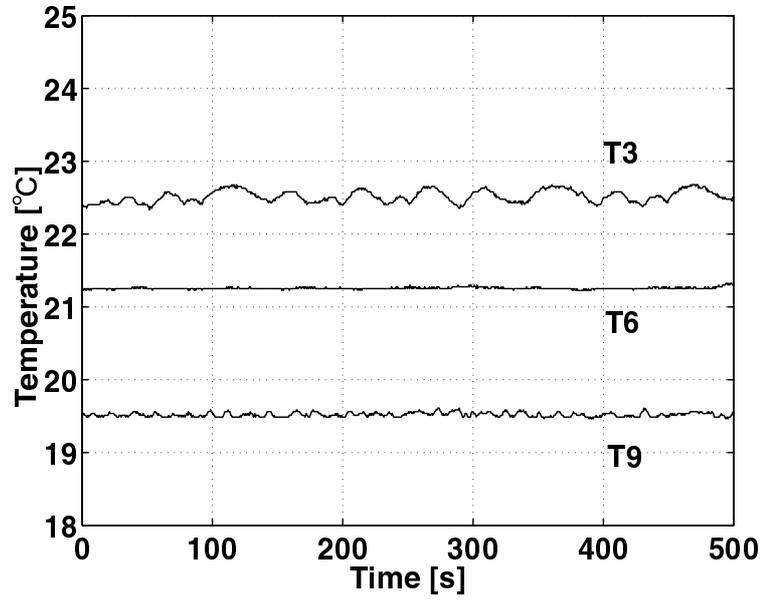


図 4.14 加熱量 45w(熱流束 522W/m²) のときの流体の温度

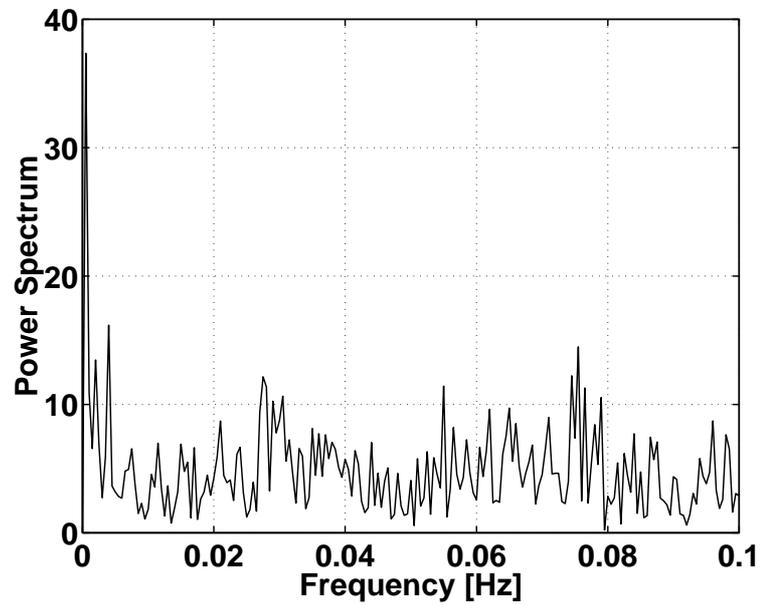


図 4.15 T_9 のパワースペクトラム (45W)

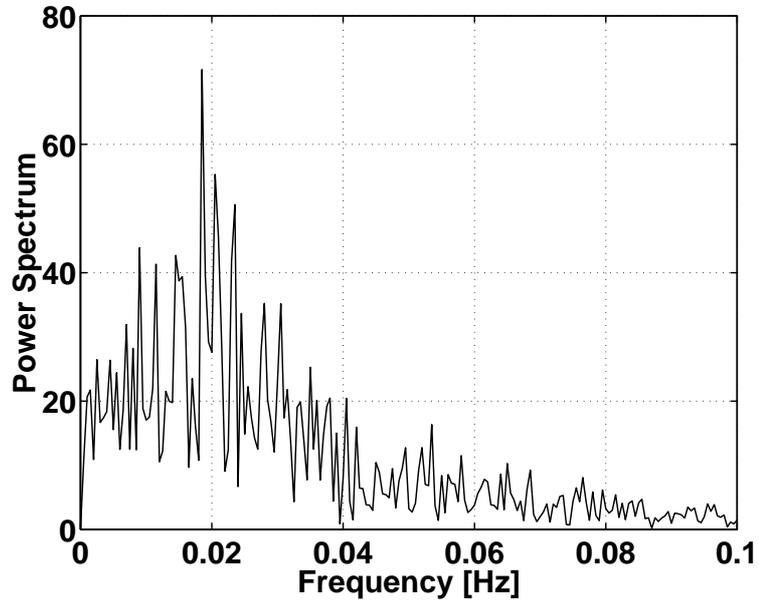


図 4.16 T_3 のパワースペクトラム (45W)

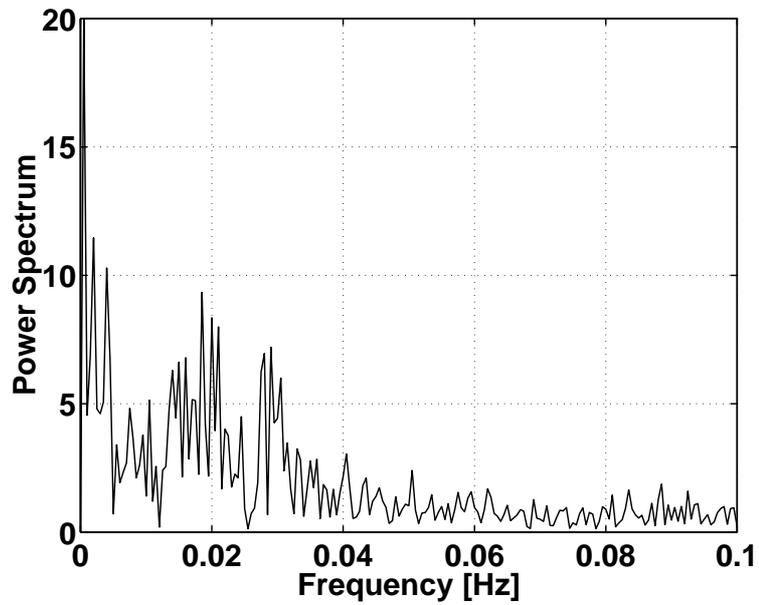


図 4.17 T_6 のパワースペクトラム (45W)

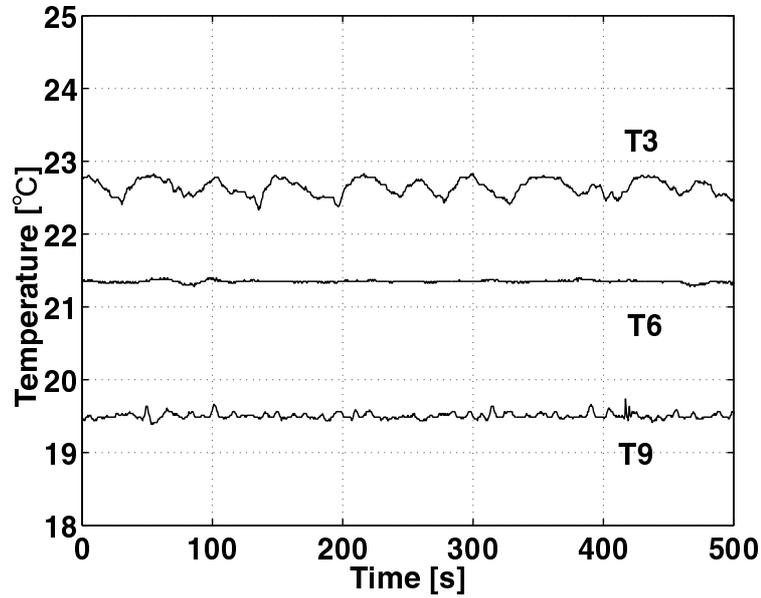


図 4.18 加熱量 50w(熱流束 580W/m²) のときの流体の温度

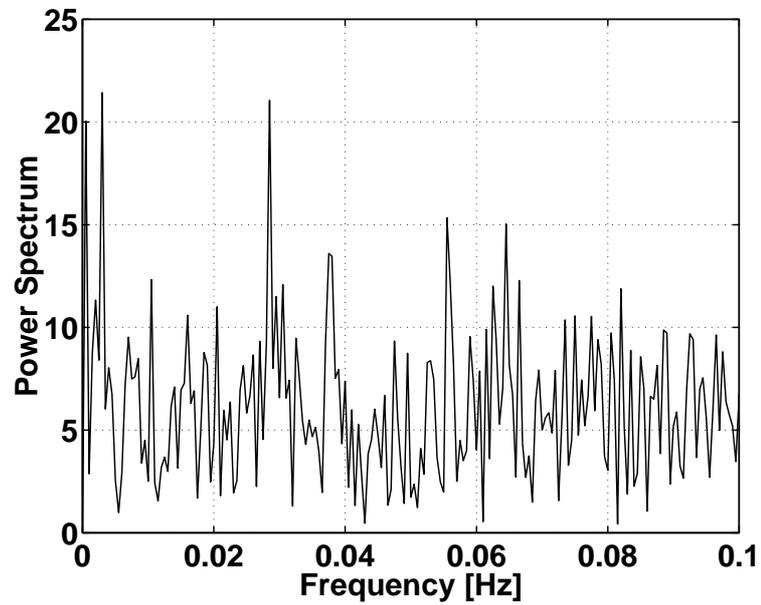


図 4.19 T_9 のパワースペクトラム (50W)

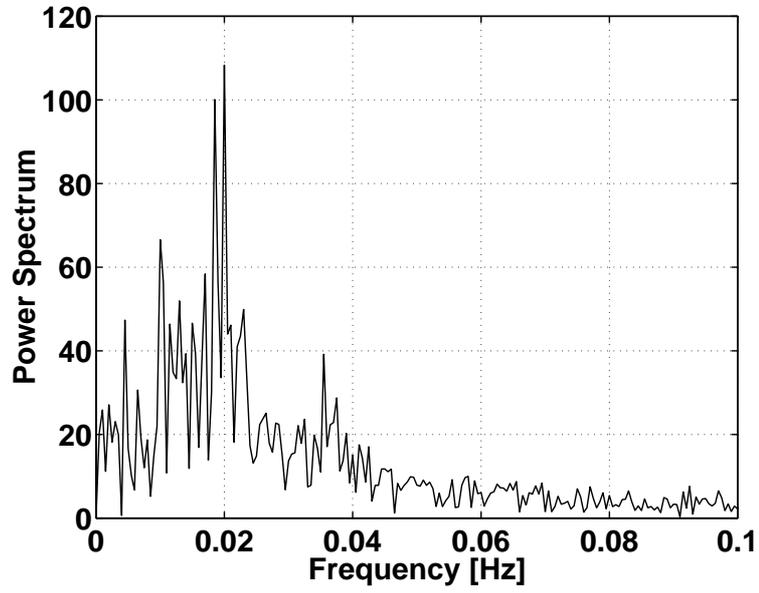


図 4.20 T_3 のパワースペクトラム (50W)

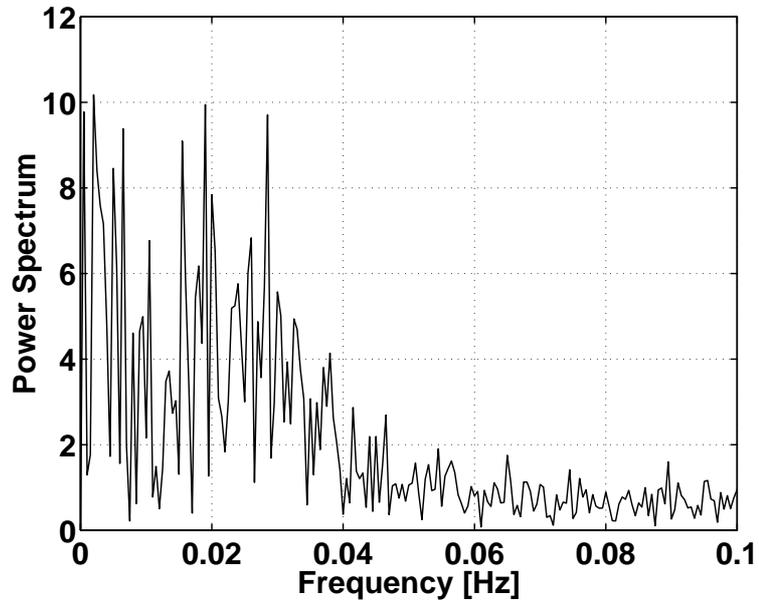


図 4.21 T_6 のパワースペクトラム (50W)

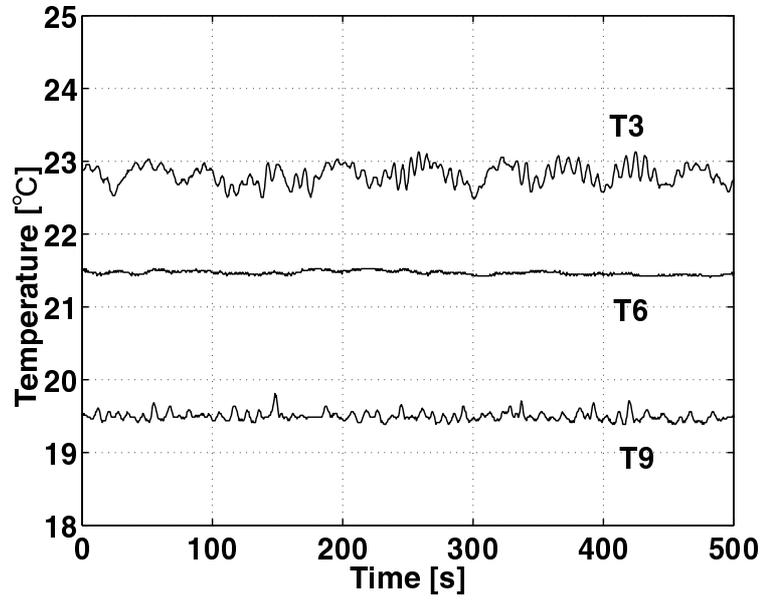


図 4.22 加熱量 55w(熱流束 $638\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

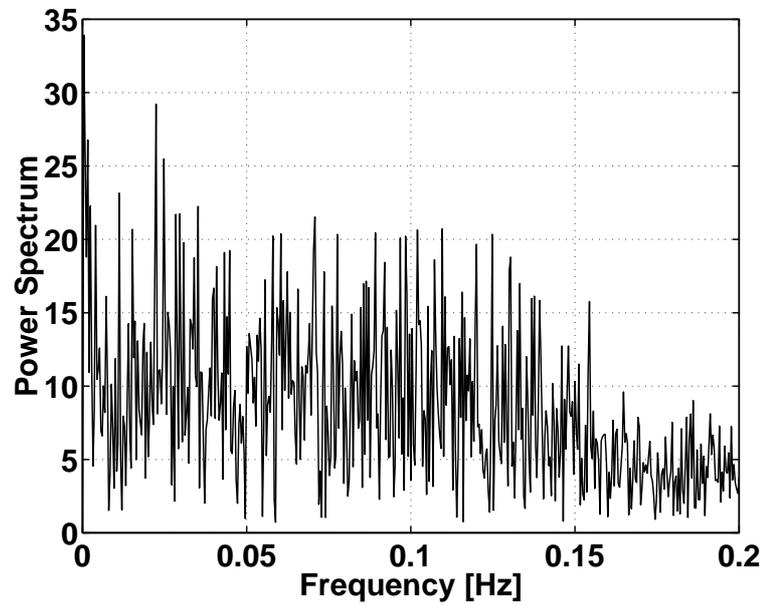


図 4.23 T_9 のパワースペクトラム (55W)

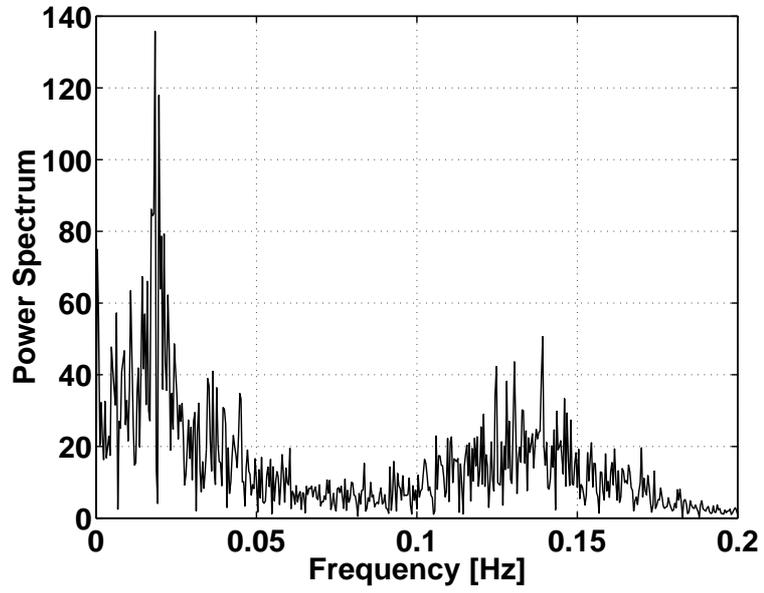


図 4.24 T_3 のパワースペクトラム (55W)

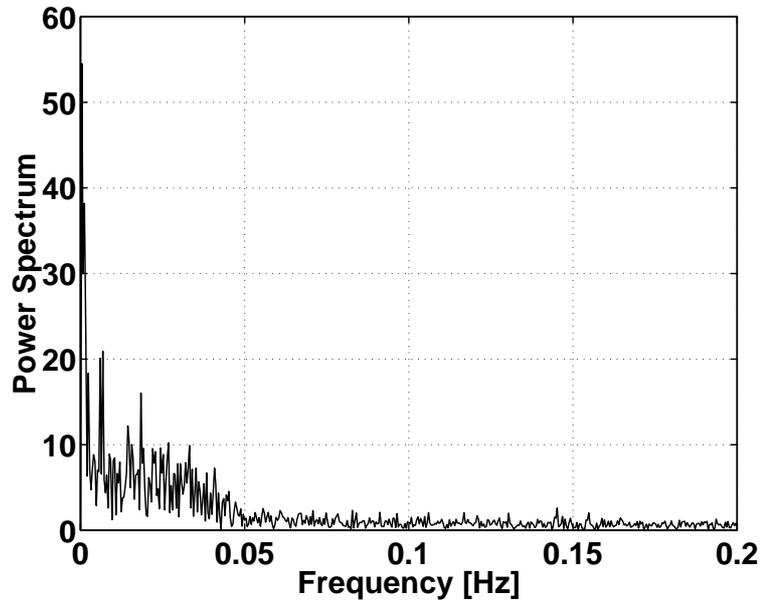


図 4.25 T_6 のパワースペクトラム (55W)

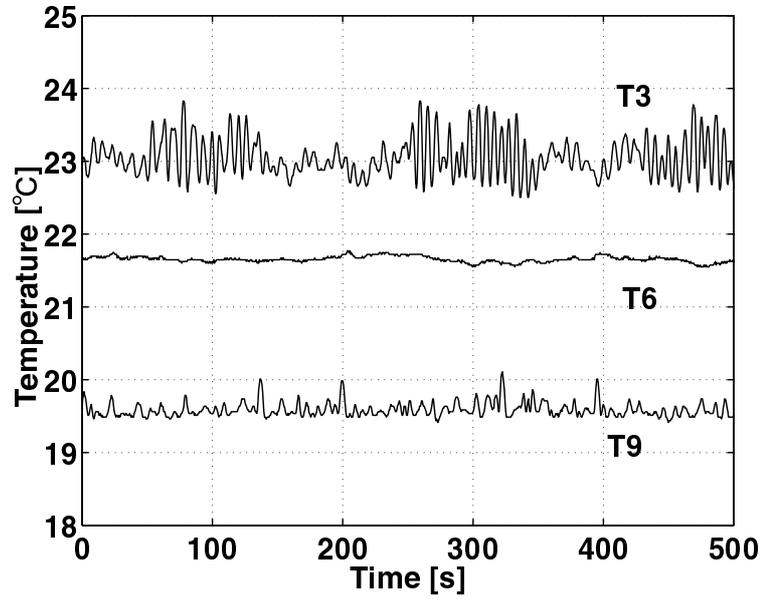


図 4.26 加熱量 60w(熱流束 696W/m²) のときの流体の温度

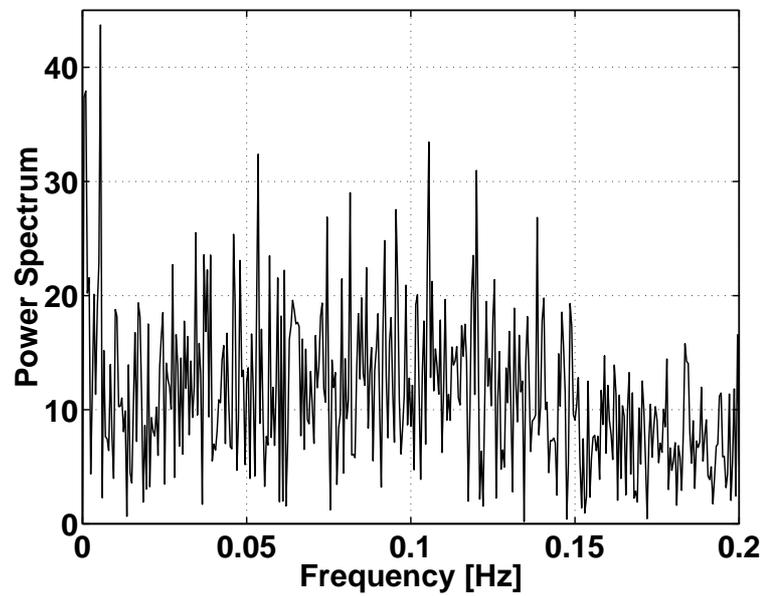


図 4.27 T₉ のパワースペクトラム (60W)

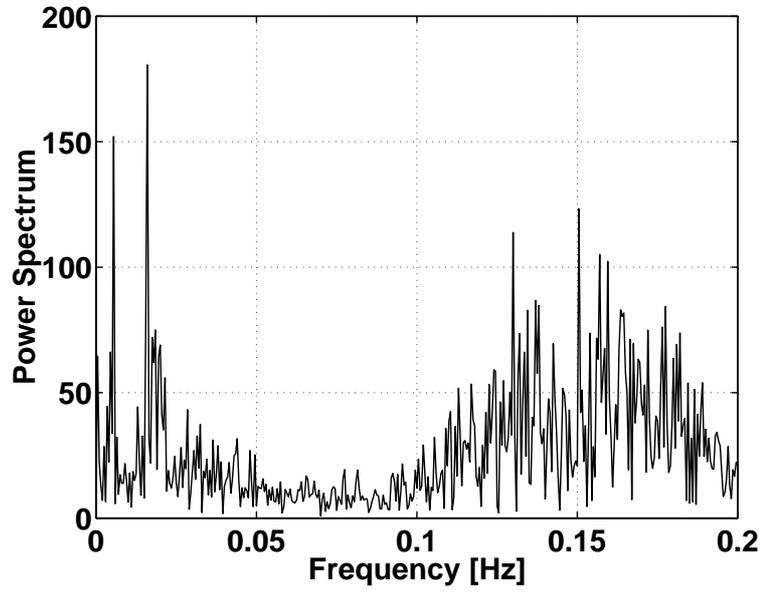


図 4.28 T_3 のパワースペクトラム (60W)

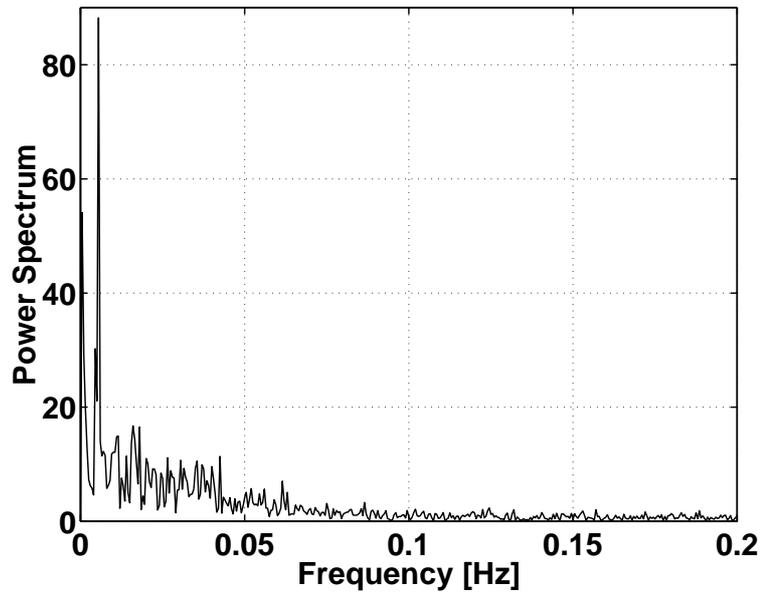


図 4.29 T_6 のパワースペクトラム (60W)

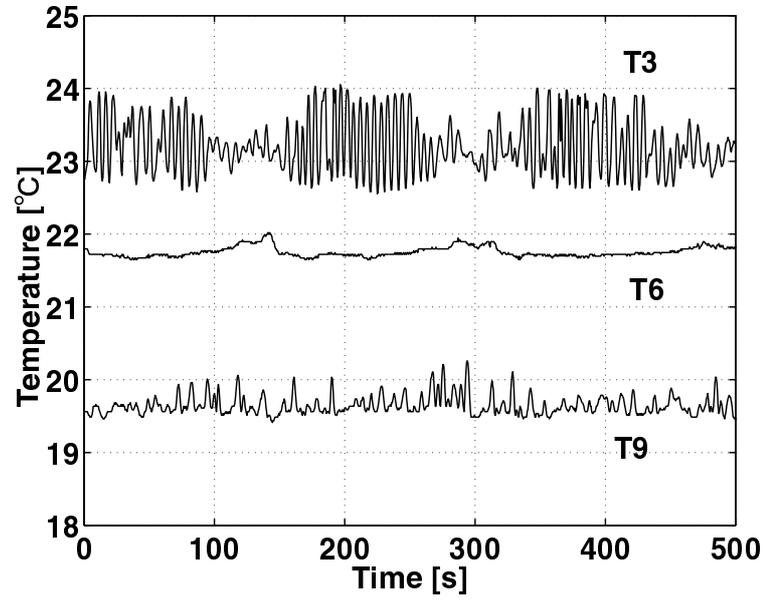


図 4.30 加熱量 65w(熱流束 754W/m²) のときの流体の温度

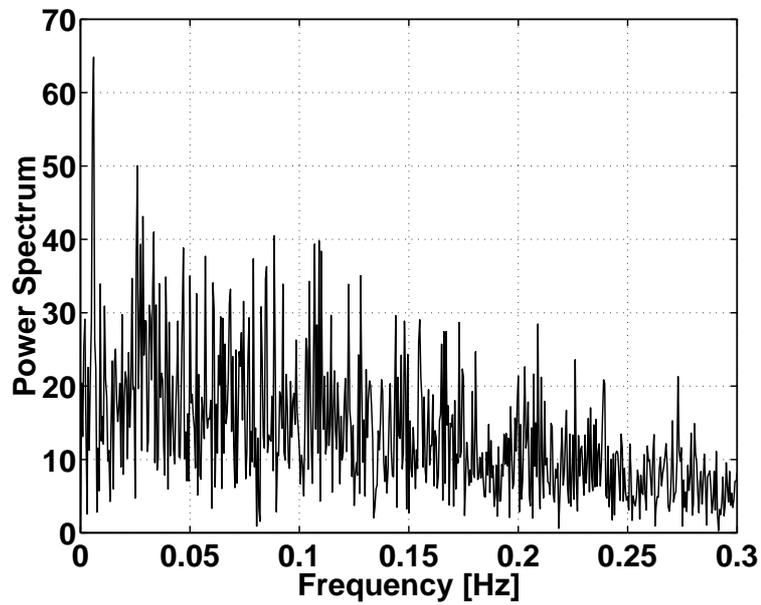


図 4.31 T_9 のパワースペクトラム (65W)

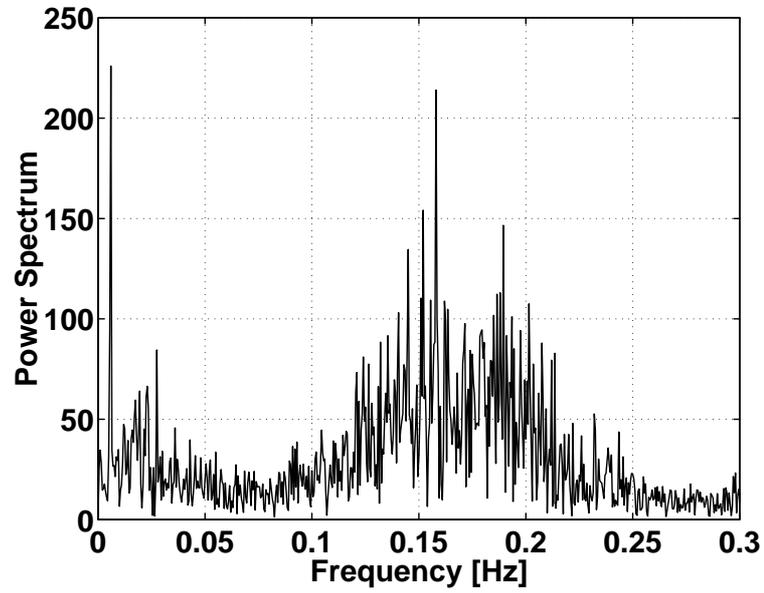


図 4.32 T_3 のパワースペクトラム (65W)

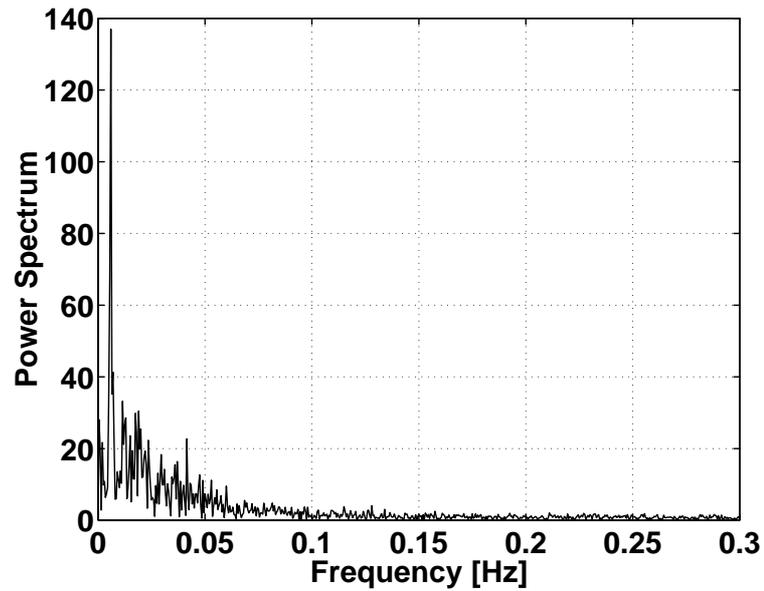


図 4.33 T_6 のパワースペクトラム (65W)

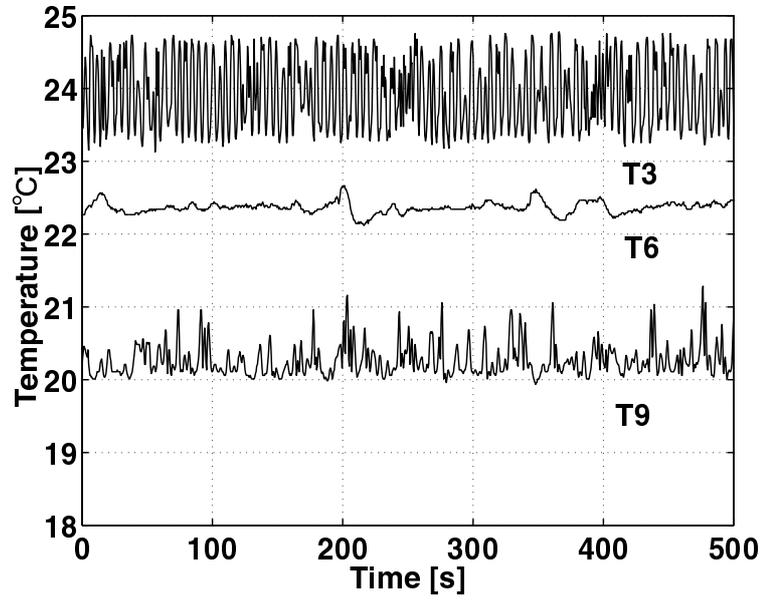


図 4.34 加熱量 70w(熱流束 $811\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

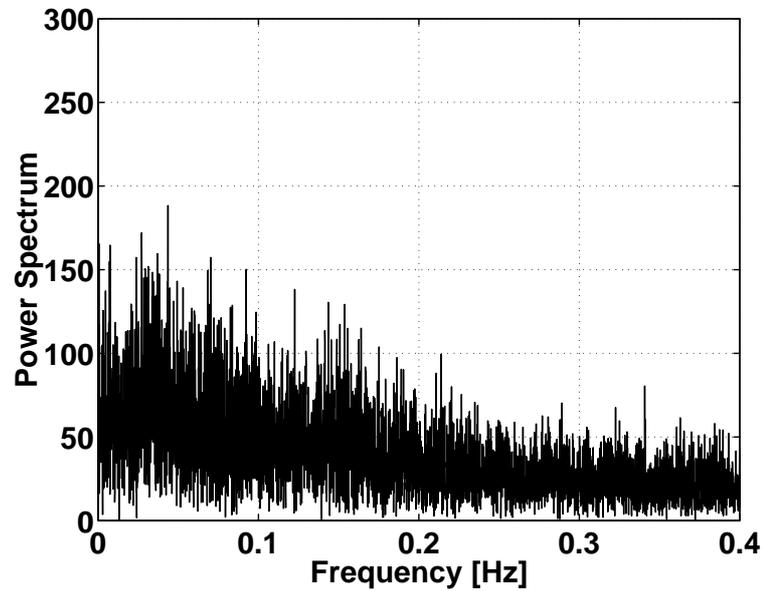


図 4.35 T_9 のパワースペクトラム (70W)

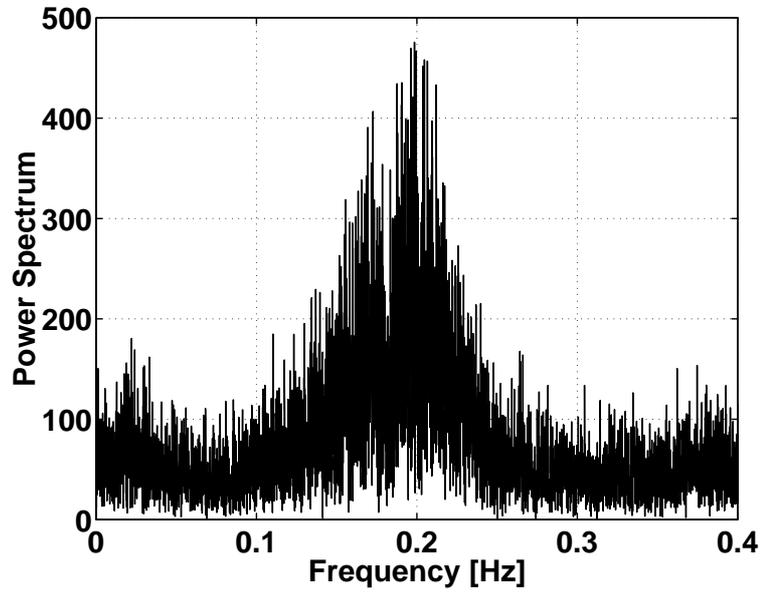


図 4.36 T_3 のパワースペクトラム (70W)

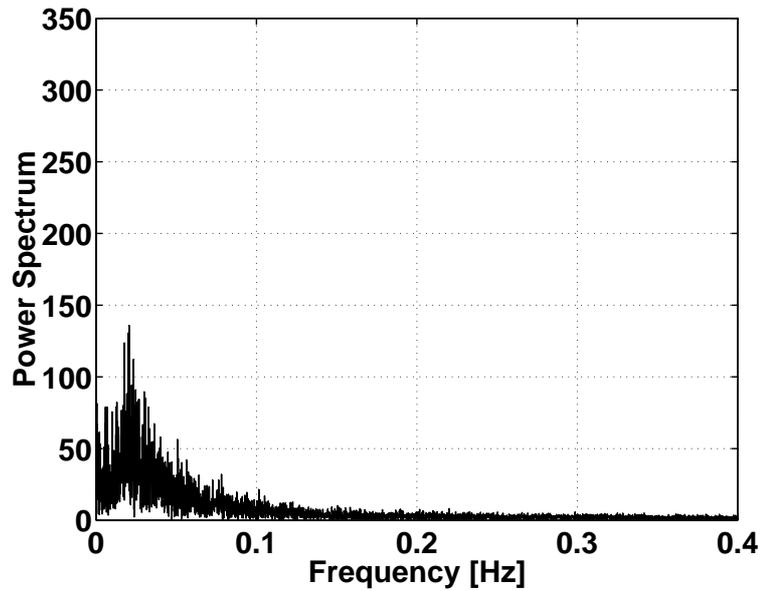


図 4.37 T_6 のパワースペクトラム (70W)

4.2 実験結果 (パイプ接合部がアクリルの場合)

加熱量を 35W から 65W まで徐々に増加させていったときの、パイプの接合部および真下の温度 (T_9, T_3, T_6) を図 4.38 から 4.44 に記す。なお冷却水は左右からそれぞれ 2 l/min で入ってきている。

絶えず $T_9 < T_6 < T_3$ であるから 4.1 節の実験同様流体は左回りに回転していると考えられる。

パイプ接合部が銅からアクリルに変わったことにより以下の違いが現れた。

- 4.1 節の実験で加熱量が 40W 付近で現れていた低周波数 (0.036Hz) がみられなくなったため、45W 付近で T_9 よりもさきに T_3 が振動しはじめた。
- 加熱量が 55W 付近で 4.1 節の実験では一定だった T_3 が 0.03Hz でわずかに振動した。

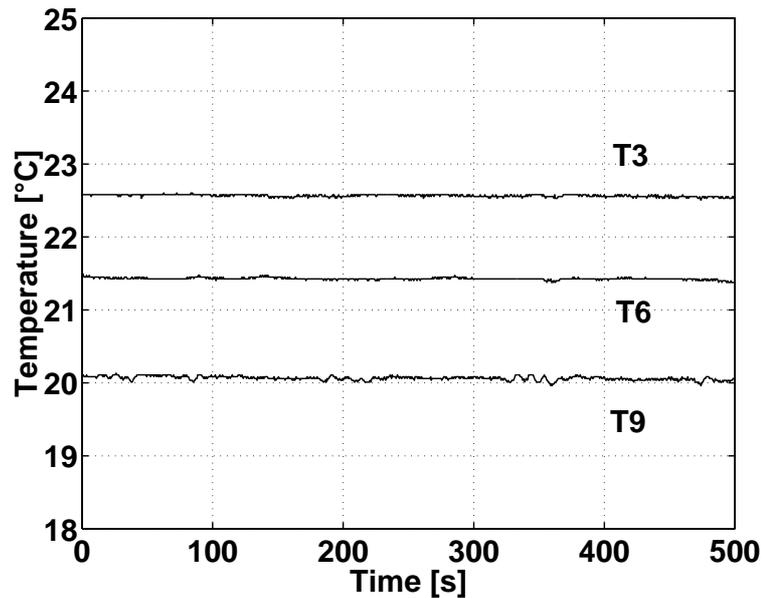


図 4.38 加熱量 35w (熱流束 $406\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

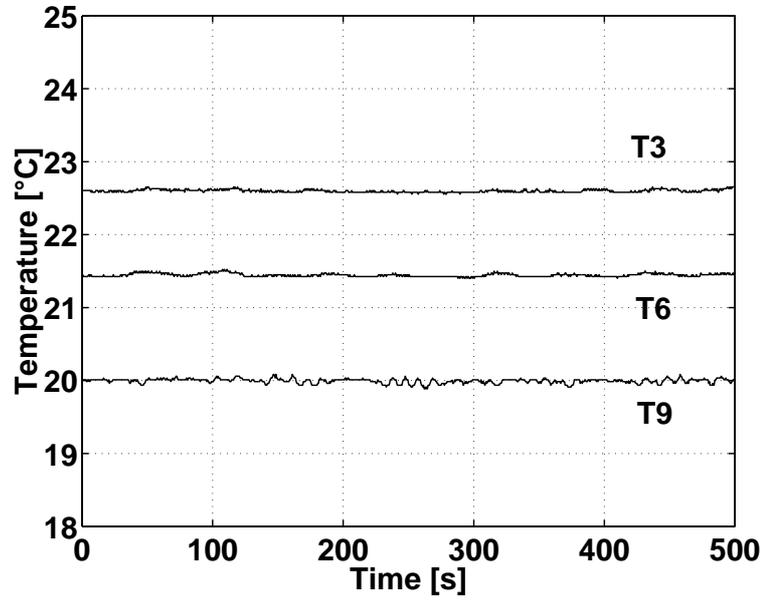


図 4.39 加熱量 40w(熱流束 $464\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

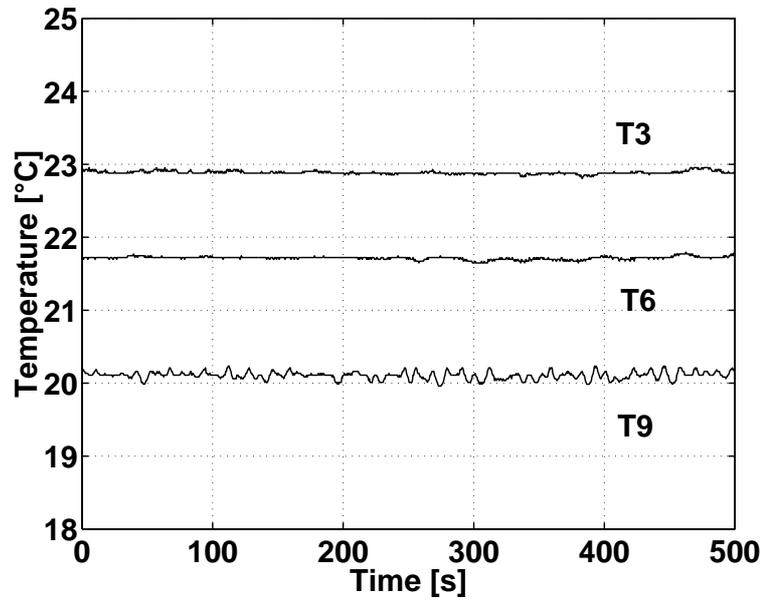


図 4.40 加熱量 45w(熱流束 $522\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

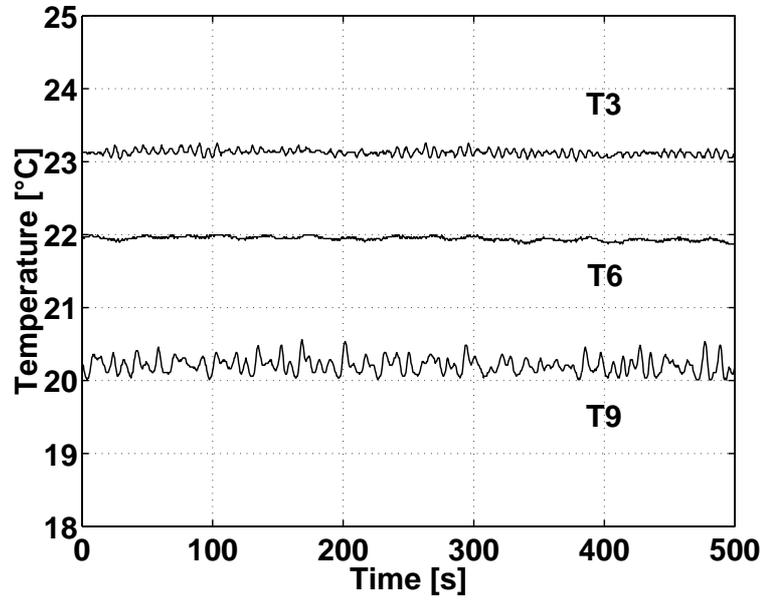


図 4.41 加熱量 50w(熱流束 $580\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

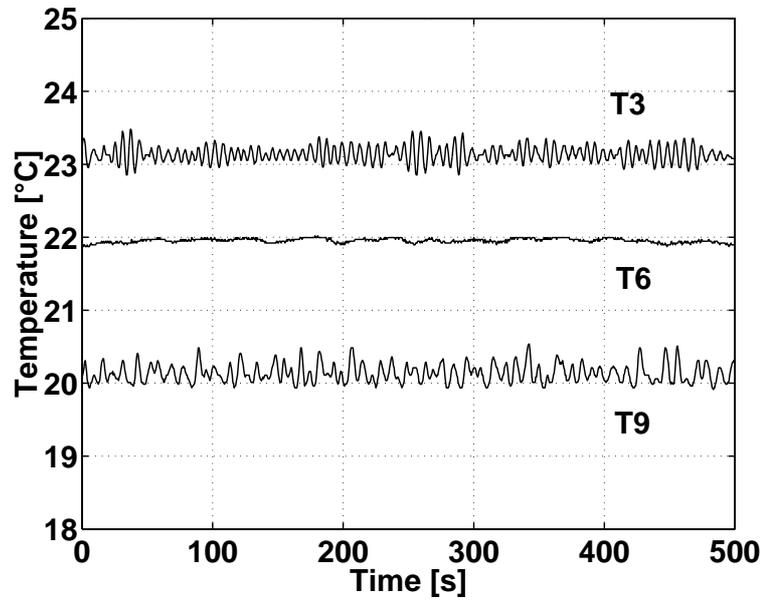


図 4.42 加熱量 55w(熱流束 $638\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

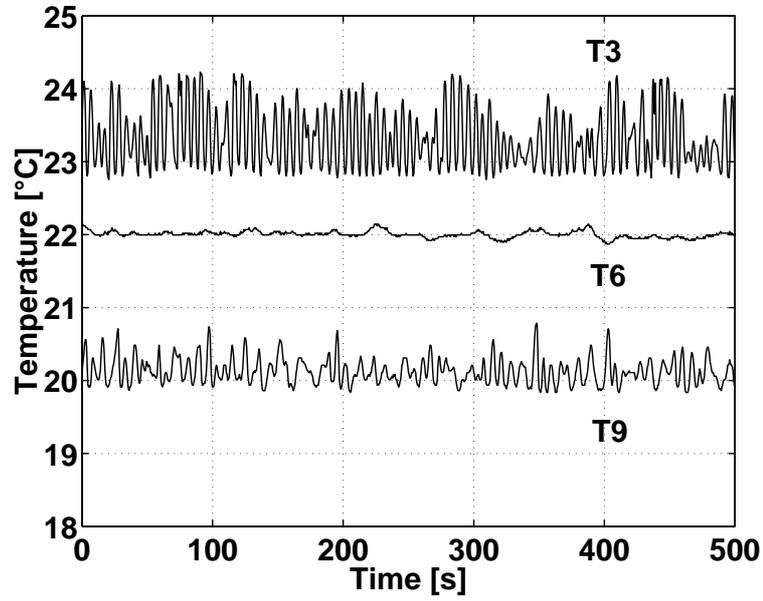


図 4.43 加熱量 60w(熱流束 $696\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

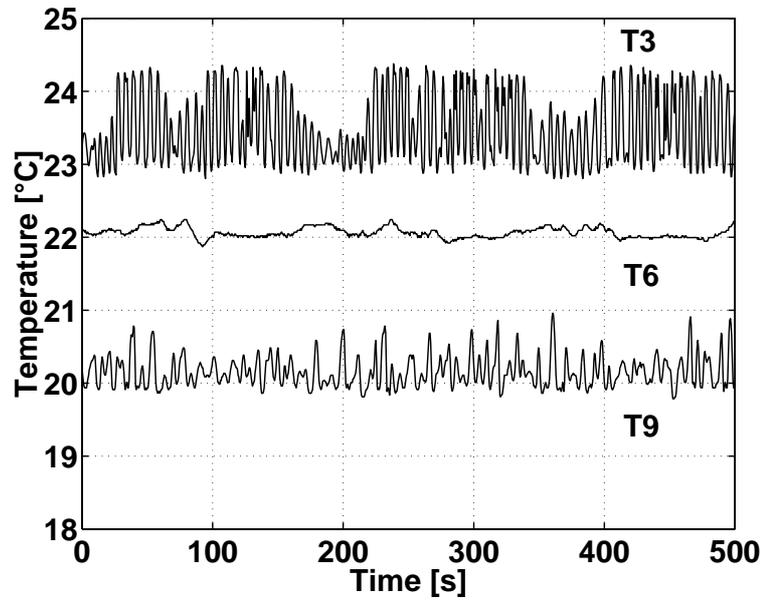


図 4.44 加熱量 65w(熱流束 $754\text{W}/\text{m}^2$) のときの流体の温度

第 5 章

考察

まず、なぜ流速が逆転しなくなったのかについて述べ、つぎに流体に生じた温度振動について述べる。

5.1 流速が逆転しない理由

ここでは、パイレックスガラスのパイプでおこっていた流速の逆転現象がなぜ銅パイプに変更したらおこらなくなったかを考える。

1.2節で述べたローレンツモデルには一見するとパイプの壁面の影響はまったくないと考えられる。しかし、式(1.7),(1.15)をよくみると、流体の温度 T が冷却水の温度 T_w を中心に正弦的に変化することを仮定している。このようなことは現実的にはありえない。なぜなら流体中に冷却水の温度 T_w より低い部分はあるはずがないからである。ということはローレンツモデルは間違っているのであろうか。ここでローレンツモデルをより厳密に導出してみることが必要となる。

ローレンツモデルを厳密に解いた文献として[6]がある。ただしここでは境界条件として今まで述べてきた下半分が熱流束 q 一定、上半分が冷却水温度 T_w 一定の条件ではなく、

$$T_w(\theta) = W_0 + \sum_{n=1}^{\infty} V_n \sin(n\theta) + W_n \cos(n\theta) \quad (5.1)$$

というような温度分布であたえている。また流体の温度分布を式(1.15)とは異なり、

$$T(\theta) = T_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} S_n(t) \sin(n\theta) + C_n(t) \cos(n\theta) \quad (5.2)$$

というように厳密に与えると、(熱伝達率 h は一定として)

$$\frac{dx}{d\tau'} = \sigma(y - x) \quad (5.3)$$

$$\frac{dy}{d\tau'} = -zx + Rax - y + r' \quad (5.4)$$

$$\frac{dz}{d\tau'} = xy - bz \quad (5.5)$$

という式が得られる。式(5.3),(5.4),(5.5)を式(1.27),(1.28),(1.29)と見比べると、式(5.4)に r' という項が増えていることがわかる。これは W_1 に比例した項である。すなわち、熱源の非対称性からきている項である。 r' が Ra に比べて大きすぎると流れは(W_1 の符号に依存する)選択された方向へ安定であることが知られている。図に $\sigma = 4, Ra = 30, r' = 20$ のときの式(5.3),(5.4),(5.5)の計算結果を図5.1,5.2に示す。 $r' = 0$ の場合の図1.6,1.7と比較すればわかるように $r' = 20$ のときは流体は一方向に回転している。したがって流速の逆転がおこるためには W_1 が十分に小さ

い必要がある。すなわちローレンツモデルが成立するためには壁面の温度がパイプの下の方ほど高く、上の方ほど低くなければならない。

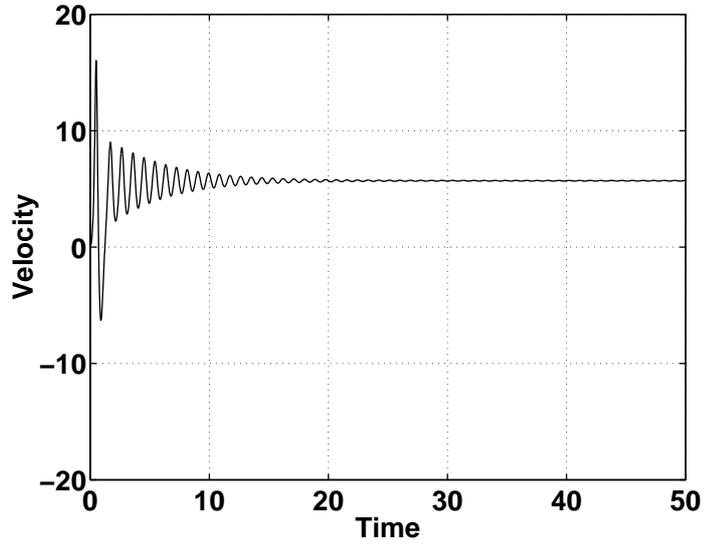


図 5.1 流体の速度 ($Ra = 30, r' = 20$)

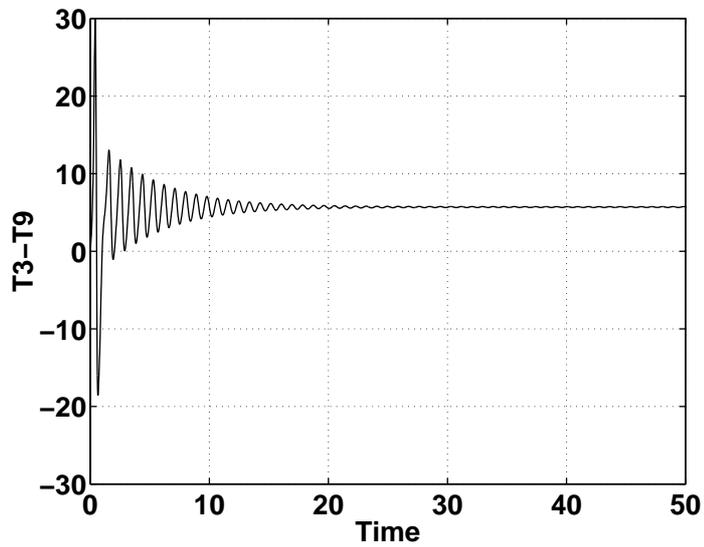


図 5.2 温度差 $T_3 - T_9$ ($Ra = 30, r' = 20$)

ところで、銅、パイレックスガラス、アクリル、水の物性値をは表 5.1 のようになっている。銅はパイレックスガラスに比べて熱伝導率が 100 倍以上であるため

表 5.1 物性値表

| | 密度 ρ kg/m ³ | (定圧) 比熱 c_p kJ/(kg·K) | 熱伝導率 λ W/(m·K) | 熱拡散率 a mm ² /s |
|-----------|-----------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| 銅 | 8880 | 0.386 | 398 | 117 |
| パイレックスガラス | 2230 | 0.73 | 1.10 | 0.68 |
| アクリル | 1190 | 1.4 | 0.21 | 0.12 |
| 水 | 996.62 | 4.179 | 0.6104 | 0.1466 |

に、熱拡散率も 100 倍以上になっている。よって銅は非常に熱浴の影響を受けやすい。したがって銅パイプの上半分はほとんど冷却水の温度 T_w になっている。しかしパイプの下半分はヒータの温度よりも流体の温度の影響をうけてしまう。流体をある程度加熱したとき流体はある方向に回転するが、このときパイプの壁面温度が非対称になり、パイプの下半分では流れの方向に沿って温度が徐々に上昇してしまう。これは実験中に銅パイプを手で触ってみてもわかるし、実験結果の流体内部の温度からも推察される。流体に作用する力は浮力と粘性力であるが壁面にそのような左右非対称な温度分布ができてしまうと浮力がパイプの左右で大きく異なり、流体を逆転させる力がなくなってしまうのである。

一方パイレックスガラスの場合、熱伝導率すなわち熱拡散率が銅に比べて小さいため、壁面温度は内部流体の影響をうけにくいと思われる。したがって、壁面の温度分布がパイプの下側の方が高く、上側の方で低いためローレンツモデルが成立し、流れの逆転現象がおこる。

5.2 流体に生じた温度振動についての考察

パイプ接合部がアクリルのときに流体中にトレーサ (比重 1.01g/cm³, 大きさは 150 μ m 以下) を入れたところ、流体は温度分布から予想されるような回転方向に回っていることがわかった。

流体に生じた温度変動のうち高周波のもの (例えば図 4.26) は、 T_9, T_3 で周波数が異なり、また発現の順序もパイプ接合部がアクリルと銅で異なるので、局所的な現象と考えられる。

加熱量が 65W 付近の低周波のもの (例えば図 4.44) は、 T_9, T_3, T_6 のすべてにおいて発現しているので流体全体にわたる現象であると考えられる。流体中にトレーサ

をいれて流速を測定したら、だいたい流体の一周の周期 (約 0.005Hz) に一致した。
 加熱量が 60W 付近 (例えば図 4.30) では間欠的な温度振動が現れる。
 第4章の実験結果から図 5.3, 5.4のような加熱量と温度の関係が得られる。

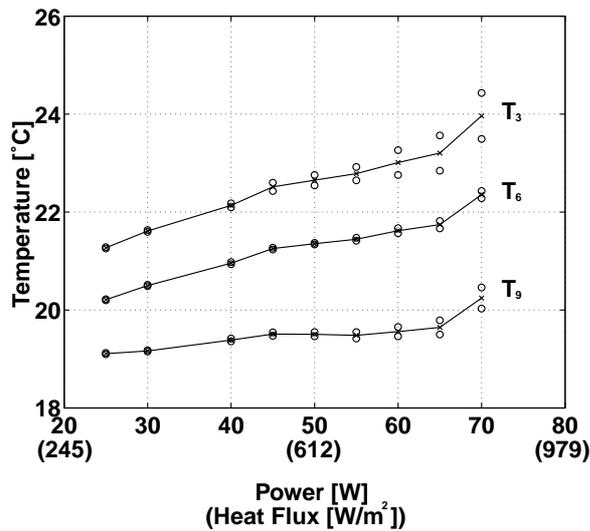


図 5.3 加熱量と温度の関係 (接合部が銅)

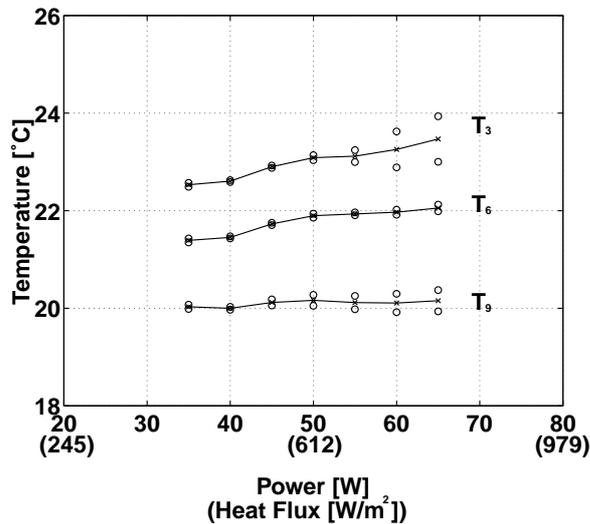


図 5.4 加熱量と温度の関係 (接合部がアクリル)

この結果はパイプ接合部の材質によって変化していないと思われる。T₃ が加熱量の増加とともに上昇していない部分があるのは、冷却水の温度が下がった可能

性がある。

次に加熱量と温度差の関係を図 5.5, 5.6 にしめす。加熱量と温度の関係のときは異なり、加熱量の増加とともに温度差は単調に増加していっていることがわかる。接合部の材質による違いはほとんどみられなかった。またこの結果はローレンツモデルの結果と一致している。

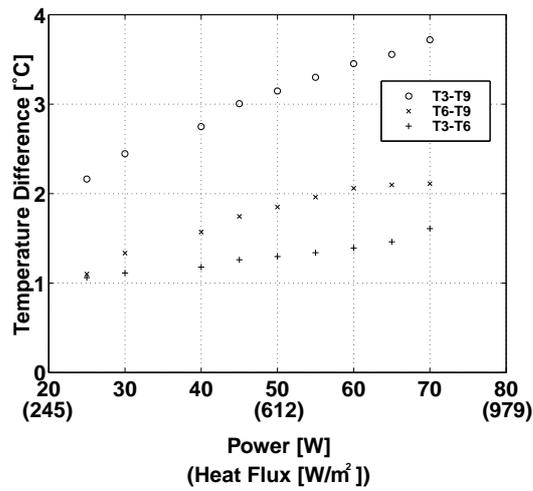


図 5.5 加熱量と温度差の関係(接合部が銅)

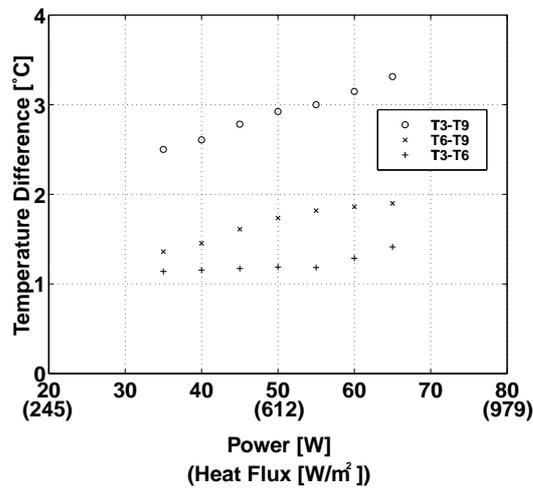


図 5.6 加熱量と温度差の関係(接合部がアクリル)

第 6 章

結論

6.1 二球体モデルについての結論

二球体モデルでローレンツモデルよりも単純にサーモサイフォン系でおこる現象を定性的に説明することができる。

6.2 実験についての結論

- 管の材質を良熱伝導体(銅)に変更すると流体はある一定方向に回転する
- ある加熱量において T_9, T_3, T_6 すべてに共通した低周波数があり、これは流体が一周する周期に一致する。
- 流体には温度振動があり、ときには間欠的な温度振動も現れる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々に御指導、御協力をいただきました。

指導教官である庄司 正弘 教授には、日頃から親身な御指導を頂きました。おかげでこの2年間に大変有意義なものにすることができました。

横谷助手・渡辺技官には、実験装置の製作・物品の手配などで大変御世話になりました。

井上助手には、研究全般にわたって懇切丁寧な御指導を頂きました。

博士3年の上野さん、賀さんには、この分野についての基本的な知識について助言を頂きました。

博士3年の山口さんにはワークステーションのことなどで御世話になりました。

修士2年の高木さん、李さん、小林くんには研究についてのアドバイスから日常生活まで御世話になりました。

修士1年の伊藤さん、阿部くん、徐さんにも研究のことで色々御世話になりました。

学部4年の芝くんには、共同研究者ということで共に実験・考察をして頂きました。

学部4年の石黒くん、吉井くんには、日頃の話相手になって頂きました。

参考文献

- [1] Creveling, H.F., et al., "Stability characteristics of a single-phase free convection loop," *J. Fluid. Mech.*, 67, pp.65-84, 1975
- [2] Gorman, M., et al., "Chaotic flow regimes in a convection loop," *Phys. Rev. Lett.*, 52, pp.2241-2244, 1984
- [3] Gorman, M. and Widmann, P.J., "Nonlinear Dynamics of a convection loop: a quantitative comparison of a experiment with theory," *Physica D*, 19, pp.255-267, 1986
- [4] York, J.A., et al., "Lorenz-like chaos in a partial differential equation for a heated fluid loop," *Physica D*, 24, pp.279-291, 1987
- [5] Widmann, P.J. and Gorman, M., "Nonlinear Dynamics of a convection loop II. Chaos in laminar and turbulent flows," *Physica D*, 36, pp.157-166, 1989
- [6] Jackson, E.A. 著, 田中茂 他 訳, "非線形力学の展望 II: 複雑さと構造," 共立出版, 1995.