

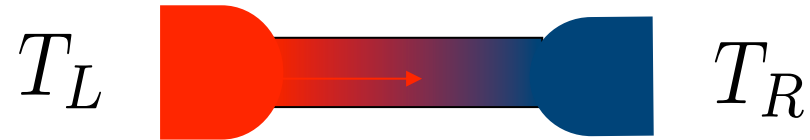
熱伝導実験に関するいくつかの質問

齊藤圭司 (慶応大学 物理学科)

目次

1. 異常輸送における熱伝導度のサイズ依存性
2. 温度プロファイル
3. 異常輸送における異常拡散

熱伝導現象における正常輸送



フーリエ則 $J(x, t) = -\kappa \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}$

- ◆ 熱が拡散方程式に従って拡散する。(正常拡散)

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\kappa}{c} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}$$

- ◆ 温度プロファイルは線形になる。

$$T(x) = x(T_L - T_R)/N + T_R$$

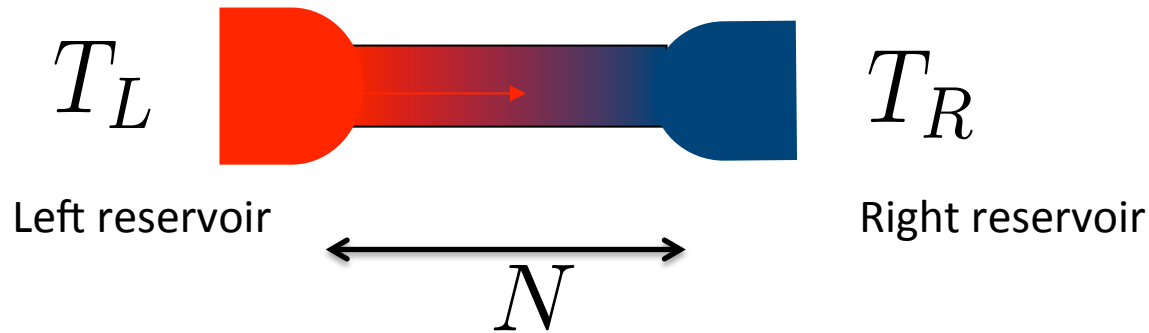
- ◆ 熱流のサイズ依存性

$$J \propto 1/N$$

熱伝導度は示強的

$$\kappa := \frac{J}{(T_L - T_R)/N} \propto \text{const.}$$

輸送現象は正常輸送だけではない



$$\kappa := \frac{J}{(T_L - T_R)/N} \propto N^\alpha$$

実験的には非常に
小さな系で見られる。

$\alpha = 1$	弾道的輸送 (Ballistic Transport)
$\alpha < 0$	局在現象 (Localization)
$\alpha = 0$	フーリエ則 (Fourier's law)
$0 < \alpha < 1$	異常輸送 (Anomalous Transport)

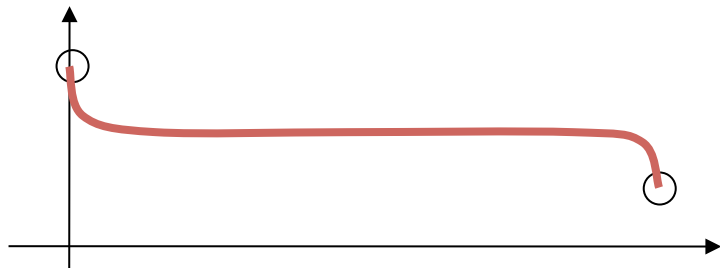
電子系などでは
見られない
熱輸送特有の現象

調和格子モデル



$$H = \sum_{\ell=1}^N \frac{p_{\ell}^2}{2m} + \sum_{\ell=1}^{N-1} \frac{k}{2} (x_{\ell+1} - x_{\ell})^2$$

1. 温度勾配が形成されない



2. 熱伝導度はサイズに比例して発散 : 弾道的輸送

$$\kappa = \frac{J}{(T_L - T_R)/N}$$

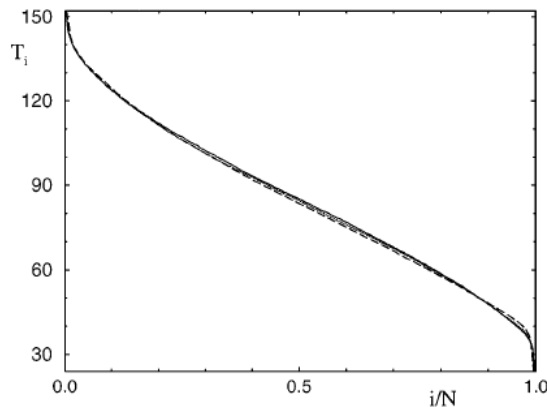
$$\kappa \propto N^{\alpha} : \quad \alpha = 1$$

非線形効果 (Fermi-Pasta-Ulam model)



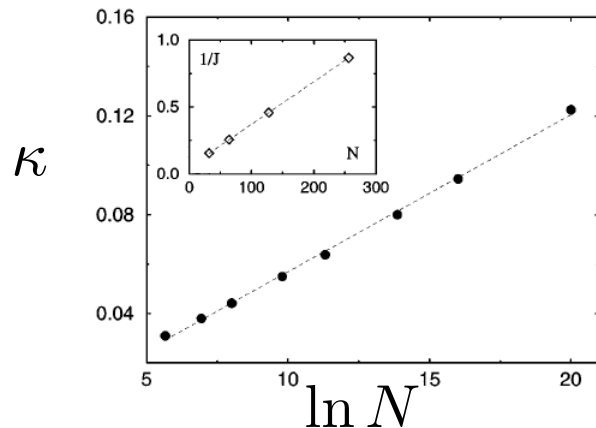
$$H = \sum_{\ell=1}^N \frac{p_{\ell}^2}{2m} + \sum_{\ell=1}^{N-1} \frac{k}{2} (x_{\ell+1} - x_{\ell})^2 + \frac{\nu}{4} (x_{\ell+1} - x_{\ell})^4$$

1. 有限の温度勾配が形成



Lepri et al.	PRL (1997)
Dhar	PRL (2001)
Aoki, Kusnezov	PRL (2001)
Narayan, ramaswamy	PRL (2002)
Mai, narayan, Dhar	PRL (2007)
Saito, Dhar	PRL (2010)
...	

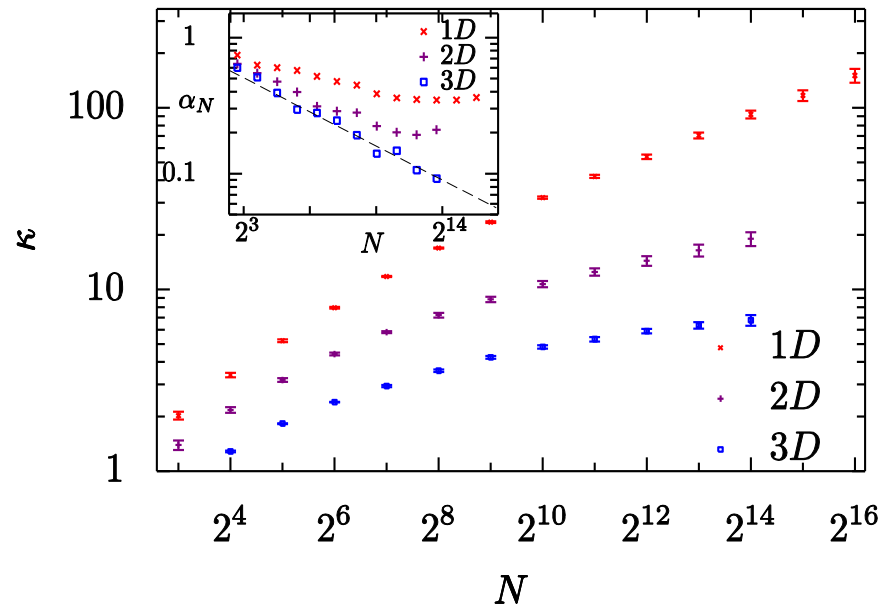
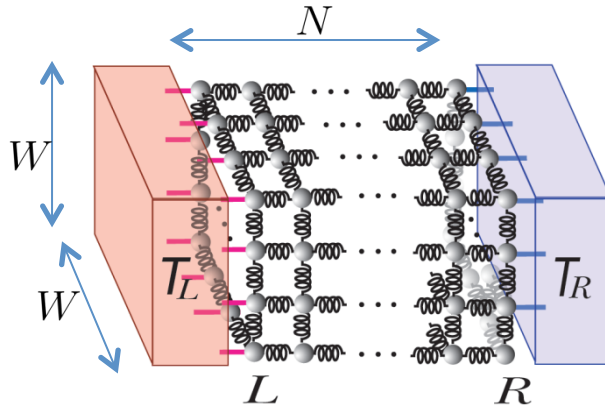
2. しかし熱伝導度はべき発散 : 異常輸送



$$\kappa \propto N^{\alpha} : \quad 0 < \alpha < 1$$

異常輸送は低次元系の効果

KS, Dhar PRL (2010)



異常輸送は低次元では普遍的に現れる。
3次元では正常輸送。

ベキの見積もり

$$\kappa := \frac{J}{(T_L - T_R)/N} \propto N^\alpha$$

FPU chain

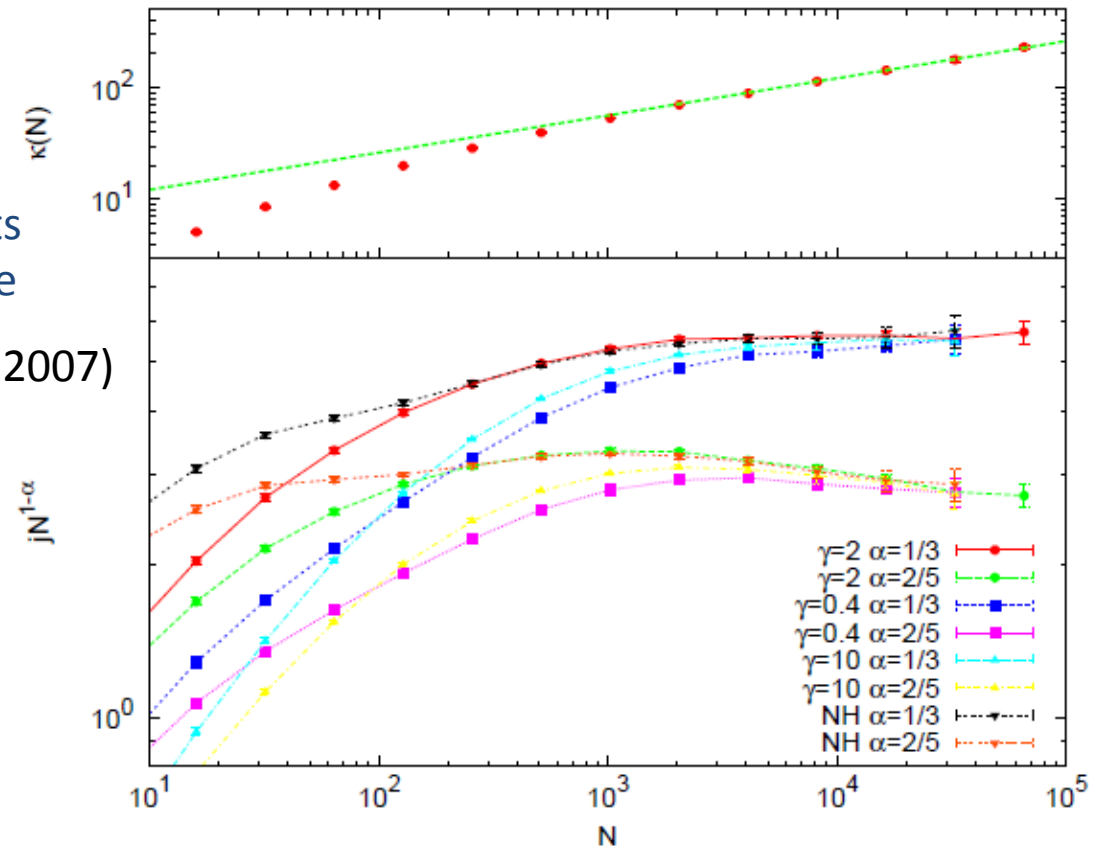
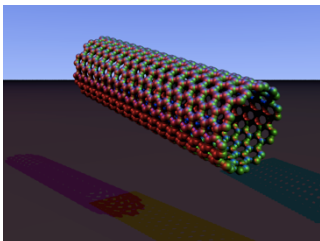
$\alpha = 2/5$... Mode coupling Theory

$\alpha = 1/3$... Hydrodynamic Arguments
..... Looks True

T. Mai et al. PRL 98 184301 (2007)

Carbon Nanotube

$\alpha = 1/3$... S. Maruyama et al



Breakdown of Fourier's Law in Nanotube Thermal Conductors

C. W. Chang,^{1,2,*} D. Okawa,¹ H. Garcia,¹ A. Majumdar,^{2,3,4} and A. Zettl^{1,2,4,+}

¹Department of Physics, University of California at Berkeley, California 94720, USA

²Center of Integrated Nanomechanical Systems, University of California at Berkeley, California 94720, USA

³Departments of Mechanical Engineering and Materials Science and Engineering, University of California at Berkeley, California 94720, USA

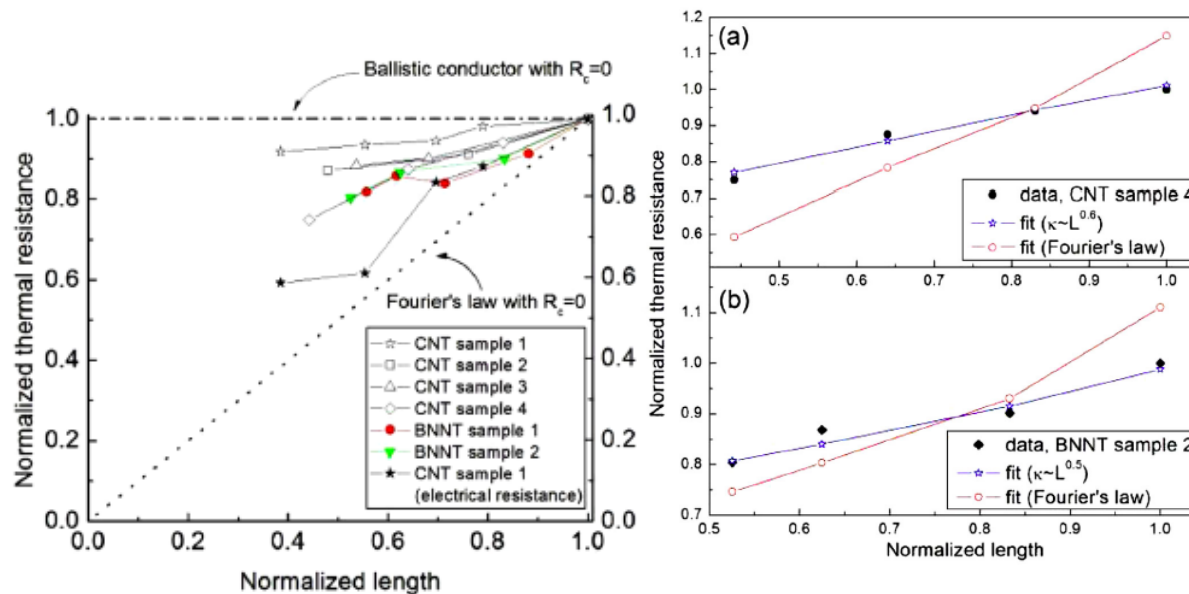
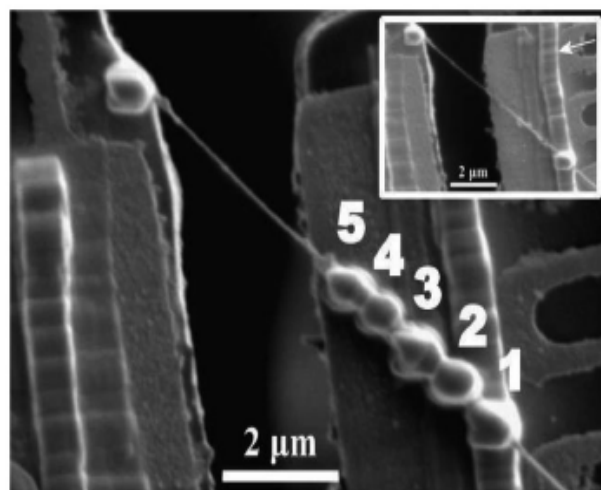
⁴Materials Sciences Division, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, California 94720, USA

(Received 11 March 2008; revised manuscript received 9 July 2008; published 15 August 2008)

We present experimental evidence that the room temperature thermal conductivity (κ) of individual multiwalled carbon and boron-nitride nanotubes does not obey Fourier's empirical law of thermal conduction. Because of isotopic disorder, κ 's of carbon nanotubes and boron-nitride nanotubes show different length dependence behavior. Moreover, for these systems we find that Fourier's law is violated even when the phonon mean free path is much shorter than the sample length.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.075903

PACS numbers: 65.80.+n, 63.22.Gh, 73.63.Fg, 74.25.Kc



質問 1

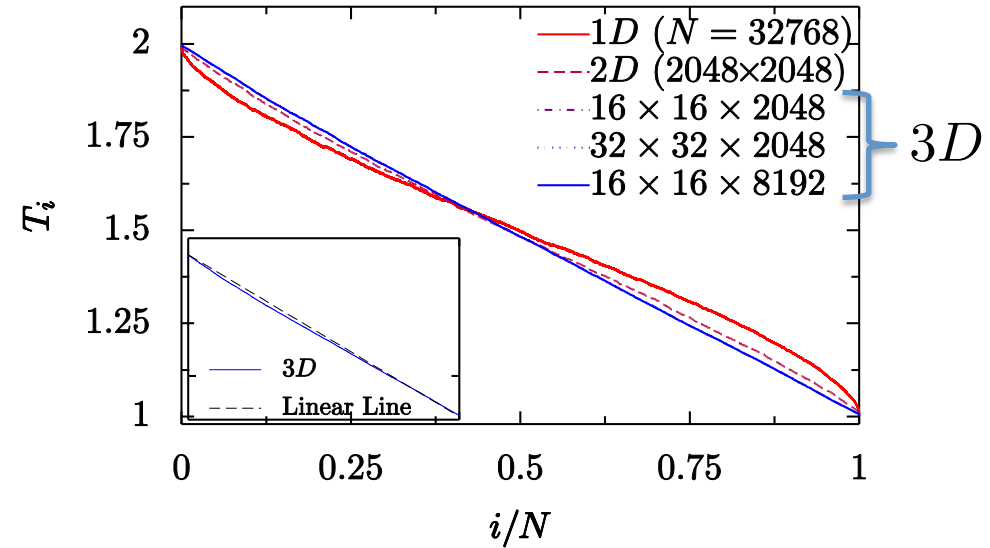
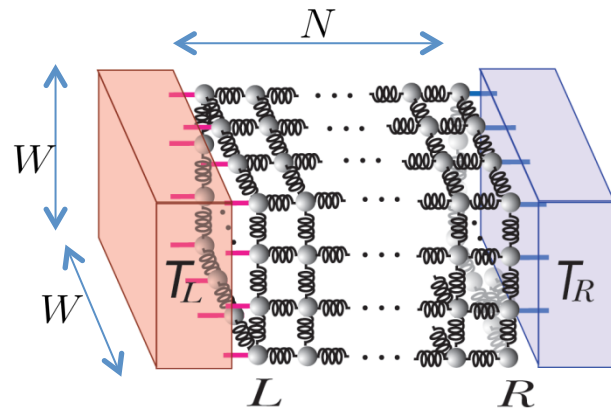
◆ Zettle らの実験は最初の実験として、重要。

しかし 発散のべきは理論と食い違う。

べきの値は信頼性があるとは言えない。

熱伝導度のサイズ依存性を、もっと緻密に正しくはかることは可能か？

質問 2



- ◆ 異常輸送のもう一つの特徴は、くねくねとした温度プロファイル。

この特徴は、熱浴の温度差をいくら小さくしても残る性質。

この異常なプロファイルを実験的に見ることは可能か？

3. 異常輸送の異常拡散

- ◆ 低次元系では、熱輸送は異常輸送

異常輸送現象では、熱はどのように拡散しているか？

正常輸送では、熱の固まりがブラウン運動

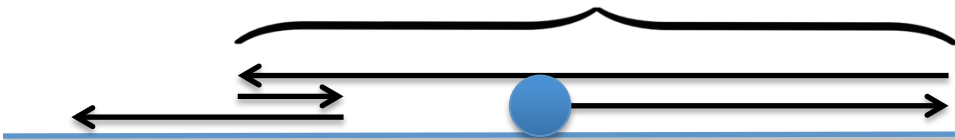


異常輸送では熱の固まりがレビーウォーク

正常拡散 vs. レビークウォーク的拡散

\mathcal{T} : ウォーカーが着地して向きをランダムにかえるまでの時間

← 確率 $\phi(\tau)$



◆ 正常拡散 (ブラウン運動も含む): $\langle \tau^n \rangle_c < \infty$

$$\langle x^{2n-1}(t) \rangle = 0 \quad \langle x^{2n} \rangle_c \propto t$$

◆ レビークウォーク : $\phi(\tau) = \frac{\beta}{t_o} \frac{1}{(1 + t/t_o)^{\beta+1}}$, $1 < \beta < 2$,

$$\langle \tau \rangle < \infty \quad \langle \tau^2 \rangle_c \rightarrow \infty$$

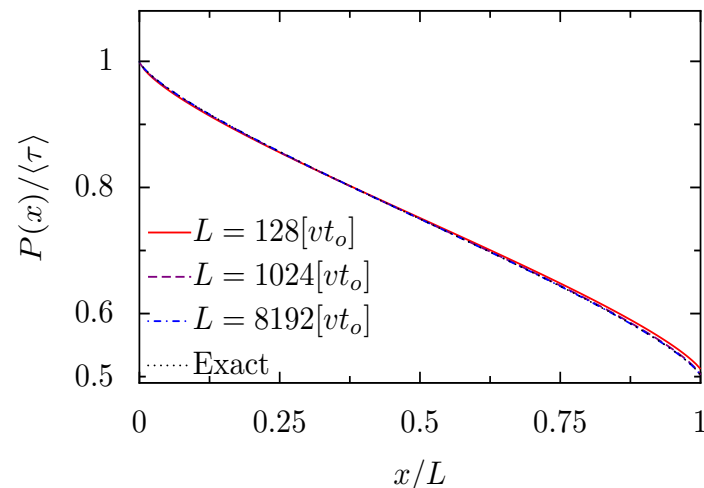
$$\langle x^{2n-1}(t) \rangle = 0 \quad \langle x^2(t) \rangle_c \propto t^{3-\beta} \quad \langle x^4(t) \rangle_c \propto t^{5-\beta}$$

レビーウォークモデルは、定常状態のすべての性質を再現

- ◆ 熱流のサイズ依存性 熱伝導度のベキ発散 Dhar, KS, Derrida, arXiv:1207.1184

$$J \propto L^{\alpha-1}, \quad \alpha = 2 - \beta.$$

- ◆ 温度プロファイル くねくねプロファイル



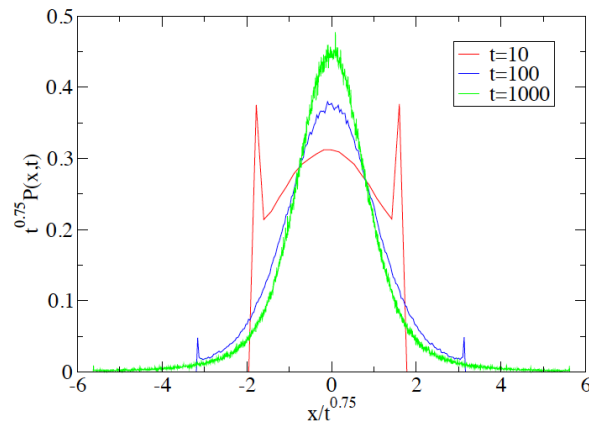
- ◆ 異常輸送の場合にフーリエ則に相当するもの

熱流と温度が非局所的につながっている

$$J = -\frac{1}{2\langle\tau\rangle} \int_0^L dx' \chi(|x - x'|/v) \frac{dT(x')}{dx'}.$$

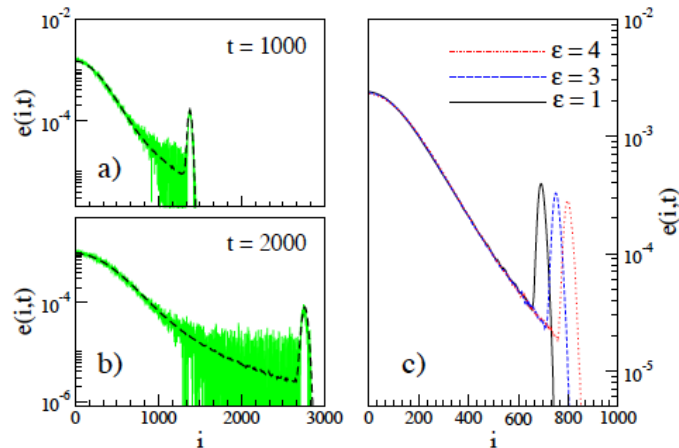
レビーウォーク的拡散

◆レビーウォーク的拡散をする拡散 初期状態はデルタ関数



ガウス分布的拡散であるが、
フロントが形成される。

◆ FPU chain でのエネルギーパケットの拡散 (Denisov et al., PRL (2011))



質問 3

- ◆ 低次元系の異常輸送を示す系では、熱拡散がレビーウォーク的拡散になる。

このような時間依存の物理を実験で観測することは可能か？