# 分子動力学法による固体境界面での熱抵抗に関する考察

## Thermal Boundary Resistance at Solid Interface by Molecular Dynamics Method

\*崔 淳豪(東大院学) 伝正 丸山 茂夫(東大院)

Soon Ho CHOI and Shigeo MARUYAMA

Dept. of Mech. Eng., The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656

The thermal boundary resistance (TBR) at a solid-solid interface plays an important role in the design and performance of electronic devices such as high-temperature superconductor, large scale integrated circuit, or superlattice, since the heat removal from devices is a crucial factor for their intended operation. Typical theories for the analysis of TBR are acoustic mismatch model (AMM) and diffuse mismatch model (DMM). However it is well known that these models can predict only qualitative experimental trends. Acoustic impedance mismatch model (AIMM) for the macroscale continuum was recently applied to analyze TBR at an interface between two dissimilar materials. However, it was found that AIMM was also unsatisfactory. Therefore, a corrected microscale AIMM (CMAIMM) is developed in this study for quantitative predictions. The developed CMAIMM shows relatively good agreement with the MD results than the previous models.

Keywords: Heat Conduction, Molecular Dynamics Method, Thermal Boundary Resistance, Temperature Jump

### 1. はじめに

近年の薄膜積層技術では厚さ数Åから数百µmまでの薄 膜製作が可能となり, Superlatticeの場合にはその厚さを原 子単位まで制御することができる.これらの薄膜は主に集 積回路や超伝導体薄膜装置として使用される. このような デバイスの性能は発熱制御や放熱性能によって左右され るため、薄膜の熱伝導解析は極めて重要である(1).また、 上記の薄膜の熱伝導特性においては、境界面での界面熱抵 抗(Thermal Boundary Resistance, TBR)が決定的な因子とな る. TBRの解析のため、代表的な理論として境界でのフォ ノン(Phonon)の伝播を仮定したAMMとDMMの二つのモデ ルがよく使われ、実験値の定性的な傾向は表現できる.し かし、Fig.1に示したように定量的には数倍から数十倍の差 を示すことがよく知られており<sup>(2)</sup>,現在まで定量的な予測 まで可能なモデルは開発されていない. そこで、本研究に おいては、分子動力学法によるシミュレーション結果に基 づいて,新たなTBRモデルを提案する.

#### 2. 計算方法

Fig.2 のようなアルゴン分子の fcc <111>面を並べた固体 系を用いて熱伝導解析を行った.系の下半部はアルゴン分 子で,上半部は他の物性はアルゴン分子と同じであるが質



Fig.1 Comparison of AMM/DMM v.s. HTSExperimental Results<sup>(2)</sup> Fig.

Fig. 2 System for TBR

量だけ変えたものである<sup>(3)</sup>. Table 1 は計算で用いた L-J(12-6)ポテンシャルのパラメータで、運動方程式の積分 には誤差が $\Delta t^3$ に比例する速度 Verlet 法を用いた.系は最下 の3層と最上3層を固定分子層とし、隣接する3層は速度 スケーリングによって温度差を与える温度制御層である. 系の温度分布はこれらの分子層を除いた層で計算した.

Fig.3 は 1:2 と 1:3 の質量比を持つ系(以後<u>系 A</u>)の例で, 系の温度分布と熱流束を示すものである.比較のため同じ 寸法の質量の同一な分子系の両端に<u>系 A</u>と同じ温度差を付 けた系(以後<u>系 B</u>)の熱流束も一緒に載せた.質量比が増加 するほど境界での温度ジャンプは増加し,熱流束は減少す ることがわかる.なお,計算系は全て 18×18×18 の分子数 で,平均温度は 40 K,両端の制御温度の温度差は 4 K とし た.

#### 3. 参照系と熱抵抗の原因

境界面のフォノン伝播から TBR を計算する従来の AMM とDMMとは別に, 最近, 松本<sup>(3)</sup>らは Fig.3 に示した<u>系 A</u>の熱 流束と参照系として<u>系 B</u>の熱流束との比をエネルギー反射 率 E<sub>rf</sub>と定義し, AIMM モデルではシミュレーション結果 を表現できないことを示した. AIMM モデルは, 境界面の 存在がエネルギーを運ぶ波の通過を妨げ, 入射波の一部だけ 境界面を通り抜けられるという巨視系の音響インピーダンスの違 いによる波の反射モデルである.

$$E_{rf} = \left(\frac{1 - Z_2 / Z_1}{1 + Z_2 / Z_1}\right)^2 \quad (Z = \rho \cdot c) \tag{1}$$

ここで,Z は音響インピーダンスで,計算系は質量以外には すべて同じ物性であるのでZの比は単に質量比の平方根となる. Table 2 は松本<sup>(3)</sup>らの MD 計算(fcc<100>)と本研究の結果 (fcc<111>)をまとめたものである.本研究の計算結果は 400 psの計算を5回繰り返した平均値である.松本ら<sup>(3)</sup>の結果

Table 1 L-J Potential Parameter

Length Parameter, $\sigma$	3.4 Å
Depth of Potential Well, ε	1.67x10 <sup>-21</sup> J
Mass of Argon, <i>m</i>	6.634x10 <sup>-26</sup> kg
Time Interval for Calculation	1 fs (Δt*=1/2143)
Cut-off Length	3.5 σ



と同様, AIMM による予想値と差は大きく, 結局 AIMM も 満足すべきモデルではないことが分かる.

ここで、AIMM の式(1)は境界上に(ア)両側の変位が同じ、 (イ)両側に作用する力が同じという条件で導ける.ところ が、分子スケールから考えると、境界に接するある一つの 分子が一定方向に運動すると、境界の反対側の重い分子も その影響を受けて同じ方向に動くとしても、同じ変位で動 くことを仮定するのは不自然である.むしろ、この場合の、 異種分子の境界での変位は分子質量比に比例すると仮定 する方が自然である.このように考えて、修正した境界条 件のもとでエネルギー反射率を求めたのが式(2)の CMAIMM モデルである.

$$E_{rf} = \left(\frac{1 - \alpha \cdot Z_2 / Z_1}{1 + \alpha \cdot Z_2 / Z_1}\right)^2 \quad (\alpha = m_2 / m_1) \tag{2}$$

更に<u>**系**B</u>を<u>**系**A</u>の参照系として選ぶことにも問題があ る.この場合,例えば系の長さを変えると反射率が変化 してしまう.<u>**系**A</u>の比較対象としては境界で温度ジャン プが存在せずに,両端の温度差が<u>**系**A</u>と等しいと仮定し た仮想的な<u>**系**C</u>とすべきである.異種分子間の境界での 温度ジャンプがないと仮定すると,中央層の温度は Fig.4 (b)に示したようにA点は低下,B点は上昇して等しくな る.結局両方とも温度勾配が増加することになって熱流 束が増加する.参照系を求めるためにはA点とB点の温 度変化を知らなければならないが,これは無次元熱伝導 率の定義から次のように算定できる.

$$\Delta T_A = \Delta T_{gap} / \left( 1 + \sqrt{m_2 / m_1} \right)$$
(3)  
$$\Delta T_B = \Delta T_{gap} \sqrt{m_2 / m_1} / \left( 1 + \sqrt{m_2 / m_1} \right)$$
(4)

なお、本計算システムで無次元熱伝導率が一定となることは、Fig. 3 の質量による温度勾配の差から確認できる. Fig.4(b)より、参照系の熱流束はもとの系であるの熱流束と比べて $\Delta T_{ref1}/\Delta T_1$ ,或は $\Delta T_{ref2}/\Delta T_2$ の大きさで増加する.

$$q_{ref} / q = \Delta T_{ref1} / \Delta T_1 = \Delta T_{ref2} / \Delta T_2$$
(5)

結局, <u>**系**A</u>と<u>**系**C</u>の熱流速の比であるエネルギー反射率は 1から上式の逆数を引く形となる.

Table 2 Comparison of MD Results and AIMM/CMAIMM

Mass Ratio	E <sub>rf</sub> from Ref. (3)	E <sub>rf</sub> from MD Cal.	E <sub>rf</sub> by AIMM	E <sub>rf</sub> by CMAIMM
1:2	53 %	20 %	5 %	20 %
1:3		33 %	7 %	41 %
1:4	62 %		11 %	55 %
1:5		54 %	15 %	65 %
1:7		64 %	20 %	76 %
1:9	77 %		25 %	83 %



Fig.4 Reference System without Temperature Jump



Fig.5 Comparison of Energy Reflection Rate

$$E_{rf} = 1 - \Delta T_1 / \Delta T_{ref1} = 1 - \Delta T_2 / \Delta T_{ref2}$$
(6)

#### 4. 結果と考察

Fig.5にTable 2の計算結果を示す.曲線(1)は音響インピー ダンスを質量比から計算した場合,曲線(2)は計算系に直接パ ルスを与えて求めた音速比から計算した場合のAIMMによるエ ネルギー反射率の予測値である.曲線(3)は音速比から音響イ ンピーダンスを計算したCMAIMMによる予測値である.●表示 と■表示は<u>系B</u>を参照系にした場合の松本らの結果と本研 究の結果で、□表示は<u>系C</u>を参照系にして式(6)から計算し たエネルギー反射率である.シミュレーション結果とCMAIMM による予測値は10%程度の差で一致し、TBRを相当定量的に 予測できることが分かる.既存のAMMとDMMが実験値と大き い差を示すことは、これらのモデルで仮定する境界でのフォノ ンの伝搬確率によるといわれ、様々な修正が試みられてい るが、CMAIMMでは巨視系に適用するAIMMに単に質量比を 修正係数として考慮することによって十分正確なTBRの予測が できる.

#### 参考文献

(1) 崔淳豪・丸山茂夫, 39 回伝熱シンポ (2002), 65.

- (2) P.E. Phelan, J. Heat Transfer, 120 (1998), 37.
- (3) 松本・他2名, JSME 論文集 B68 (2002), 87.